Jurnal Matematika Integratif, volume 1, no.1, April 2002: 1 - 7 ISSN : 1412-6184

MATEMATIKA TERAPAN DAN CONTOH PENERAPAN MATEMATIKA DALAM DISIPLIN ILMU LAIN

Asep K. Supriatna
Jurusan Matematika Universitas Padjadjaran
Email: asupriat@unpad.ac.id

ABSTRAK

Dalam tulisan ini dibahas berbagai pendapat mengenai definisi matematika terapan. Selain itu juga dibahas keterkaitan matematika terapan dengan disiplin ilmu lain. Secara khusus dibahas kilas balik penerapan matematika dalam manajemen sumber alam dan prospeknya dalam penelitian multidisipliner di masa mendatang.

Kata-kunci: *matematika terapan, penelitian multi-disipliner, manajemen sumber alam*

ABSTRACT

In this paper I review some definitions of applied mathematics used by many scientists. The connection between applied mathematics and other disciplines is also presented. The application of mathematics in the field of natural resource management and its future prospect in terms of multi-discliplinary research are also discussed and explored.

Keyword : *applied mathematics, multi-disciplinary research, natural resource management*

1. PENDAHULUAN: Apakah Matematika Terapan itu?

Di dalam matematika peranan teori dan peranan penerapan matematika tidak dapat dipisahkan. Dua-duanya sama pentingnya. Banyak konsep abstrak matematika yang dikembangkan karena kebutuhan untuk menjawab permasalahan dari dunia nyata dan bidang ilmu lain serta banyak pula konsep abstrak matematika yang pada awalnya semata-mata untuk pengembangan teori dalam matematika sendiri ternyata kemudian mendapatkan tempat dan dapat diterapkan untuk menjawab berbagai permasalahan yang ada dalam dunia nyata dan bidang ilmu lain.

Dalam sejarah perkembangan matematika banyak contoh bahwa terbentuknya teori matematika adalah karena tuntutan untuk menyelesaikan permasalahan nyata. Misalnya, kebutuhan menghitung telah melahirkan aritmatika, kebutuhan mengukur telah melahirkan geometri. John von Neumann (1956) mengatakan bahwa konsep matematika berawal dari pengamatan empiris, namun, begitu konsep tersebut terbentuk terjadilah kehidupan tersendiri yang terpisah dari sumber empirisnya. Dari segi filsafat Shaharir (1988) memperlihatkan keterkaitan antara pengembangan teori matematika dengan pemasalahan dalam dunia nyata amat jelas. Kendatipun pada hakekatnya kedua hal tersebut tidak dapat dipisahkan, namun pada kenyataannya muncul istilah *pure mathematics* (matematika murni) dan *applied mathematics* (matematika terapan). Beberapa pendapat juga muncul berkaitan dengan kedua istilah ini.

Prager (1972) menyebutkan bahwa **matematika terapan merupakan jembatan** yang menghubungkan matematika murni dengan sains dan teknologi. Melalui jembatan ini berbagai permasalahan yang ada dalam sains dan teknologi dapat diabstraksi menjadi masalah-masalah matematis, dapat dianalisis dengan menggunakan teori-teori yang ada dalam matematika atau bahkan mengembangkan teori-teori matematika baru untuk dapat menjawab berbagai permasalahan tersebut. Setelah jawaban matematis diperoleh kemudian diinterpretasikan lagi dalam bahasa asalnya. Salah satu perbedaan antara matematika murni dan matematika terapan menurut Lin dkk (19??) adalah bahwa dalam matematika murni logika merupakan satu-satunya justifikasi dalam pengembangan dan pengujian kebenaran teori-teori baru dalam matematika. Di lain pihak, dalam matematika terapan, selain logika juga diperlukan verifikasi empiris dari bidang ilmu lain. Hal ini mengindikasikan bahwa matematika terapan mempunyai spirit multidisipliner dan interdependensi dengan bidang ilmu lain. Hal ini senada seperti yang diungkapkan Prager.

Tujuan matematika terapan diantaranya adalah untuk memahami dan menjelaskan berbagai fenomena ilmiah melalui penggunaan matematika selain juga untuk merangsang pengembangan teori-teori matematika baru dengan bantuan atau inspirasi dari fenomena ilmiah tersebut. Dengan demikian kontribusi matematika terapan bukan hanya dinilai terhadap matematika itu sendiri, melainkan juga harus dinilai kontribusinya terhadap bidang ilmu lain.

Karena tujuannya bukan semata-mata mengembangkan matematikanya saja, matematika terapan pernah mendapat sindiran sebagi *impure mathematics*, sebagai suatu bentuk penyimpangan (Truesdell, 1964). Dalam kenyataannya, banyak "penyimpangan" yang dilakukan oleh pakar-pakar matematika terapan telah berperanan dalam revolusi bidang ilmu lain. Sebagai contoh, Prof. Clark telah mengubah bagaimana cara pandang kita dalam manajemen sumber alam dengan bantuan matematika (Clark, 1973,1976). Clark melihat bahwa sumber alam harus dipandang sebagai suatu kapital yang sifatnya dinamis. Permasalahan ini sebelumnya tidak pernah disinggung oleh kalangan terkait, seperti ahli ekonomi dan para manajer sumber alam. Banyak ahli ekonomi yang menyebutkan bahwa sifat dinamis ini tidak perlu dilibatkan karena selain memperumit permasalahan, tidak akan ada hal baru yang dapat diperoleh (Turvey, 1964). Dengan bantuan matematika, kerumitan perhitungan tidak menjadi permasalahan, bahkan menjadi tantangan. Dalam kaitan ini Brocket (1972) mengatakan justeru inilah **esensi matematika terapan**. Tantangan itulah yang dilakukan Clark yang pada akhirnya dia berhasil mengubah cara pandang para ahli ekonomi sumber alam tentang bagaimana harusnya strategi pengelolaan sumber alam harus dilakukan.

Dengan alasan interdependensi yang kuat antara matematika terapan dengan disiplin lain telah membawa Herman (1970) kepada suatu **definisi matematika terapan**. Dia mengatakan bahwa matematika terapan harus didefinisikan sebagai suatu proses tentang penerapan matematika pada disiplin ilmu lain – dan juga suatu studi tentang proses tersebut. Definisi ini lebih umum dibandingkan dengan definisi yang ada pada *Webster's Revised Unabridged Dictionary, © 1996, 1998 MICRA, Inc*, yang menyebutkan bahwa matematika terapan adalah suatu cabang matematika yang berkaitan dengan penerapannya dalam studi masalah-masalah fisika, biologi dan sosial. Adapun proses yang dimaksud menurut Lin dkk meliputi: 1) formulasi masalah dari disiplin lain ke dalam bentuk model matematika, 2) pencarian solusi untuk masalah matematika yang terbentuk, 3) interpretasi solusi dan verifikasi empiris dan 4) pengembangan teori matematika baru melalui generalisasi, abstraksi dan formulasi aksiomatik. Berkaitan dengan hal di atas, matematikawan terapan adalah matematikawan yang aktif berkomunikasi dengan orang-orang yang berada pada disiplin lain dengan tujuan, salah satunya, menggunakan matematika untuk disiplin tersebut, sementara dia sendiri juga punya pengetahuan yang memadai mengenai disiplin yang akan ditujunya tersebut. Adapun karya matematikawan terapan, selain mempunyai *social merit*

juga harus mempunyai *scientific merit*. Scientific merit ini diperoleh dengan melalui keempat tahapan di atas. Sudah banyak dibuktikan bahwa salah satu scientific merit dari matematika terapan adalah "lahirnya" cabang-cabang baru dari matematika (misalnya *biomathematics*) atau bahkan dari disiplin lain (misalnya *theoretical biology*).

Dalam bagian berikut ini akan dibahas contoh peranan matematika dalam disiplin ilmu lain. Bahasan ini juga merupakan kilas balik peranan matematika dalam penelitian multidisipliner, khususnya dalam *fishery management*, yang akan menunjukkan bagaimana suatu ilmu bisa berkembang dengan bantuan matematika. Selain kilas balik, tulisan ini juga menggambarkan bahwa peranan matematika di masa datang masih tetap diperlukan dalam kajian yang bersifat multidisipliner.

2. SEBUAH CONTOH PENERAPAN MATEMATIKA

Contoh klasik tentang bagaimana matematika bisa membantu pengembangan disiplin ilmu lain adalah dalam dunia perikanan (*fishery industry*). Dalam hal ini matematika dipakai untuk menentukan bentuk manajemen yang tepat dalam industri tersebut. Menurut Royce (1984), fishery management adalah kegiatan pengaturan eksploitasi sumber alam hayati laut dengan menggunakan basis saintifik. Lebih jauh, Cunningham (1981) menjelaskan bahwa bidang ini merupakan bidang multidisipliner, yang melibatkan ahli-ahli biologi, ekonomi, politik dan bahkan ahli-ahli matematika. Sejak awal berdirinya bidang ini, pendekatan kuantitatif memegang peranan yang sangat penting. Kajian-kajian kuantitatif ini dilakukan dengan menggunakan model matematika di dalam analisis berbagai permasalahan yang muncul.

Meskipun beberapa ilmuwan mengatakan bahwa pemakaian model matematika yang berkaitan dengan pengaturan populasi (*management of populations*) haruslah dihindarkan (Krebs, 1985), namun banyak karya yang berpengaruh dalam sejarah pengembangan pengaturan populasi yang menggunakan pendekatan model matematika. Secara umum pengaturan populasi dapat dibagi menjadi dua bagian besar: pengaturan dengan objek manusia dan pengaturan dengan objek makhluk hidup lainnya. Selanjutnya, pengaturan untuk makhluk hidup selain manusia dapat dibagi menjadi tiga sub bagian, yaitu teori pemanenan (*harvesting theory*), teori konservasi (*biological conservation*) dan teori kendali (*control theory*).

Dalam teori pemanenan kita mengatur populasi pada level produktivitas tertentu sehingga pemanenan bersifat berkesinambungan (*sustainable*), dalam teori konservasi kita meminimumkan peluang suatu populasi menurun drastis, dan dalam teori kendali kita menekan jumlah populasi yang tidak dikehendaki (pest, gulma) untuk selalu berada di bawah ambang kerusakan (Shea dkk, 1998). Dalam sub bagian - sub bagian tersebut, pengembangan teori dan aplikasi banyak sekali menggunakan model matematika, baik dalam analisis maupun dalam proses pengambilan keputusan. Hal ini dapat dilihat di berbagai jurnal ilmiah multidisipliner, seperti *Mathematical Biosciences*, *Bulletin of Mathematical Biology*, *Journal of Mathematical Biology*, *Theoretical Population Biology*, *IMA Journal of Mathematics Applied in Medicine and Biology*, *Journal of Environmental Economic and Management* dan bahkan dalam *Journal of Political Economy*.

Khususnya untuk teori pemanenan, hampir semua pengembangan teori menggunakan pendekatan model matematika (Gordon, 1954; Ricker, 1954; Schaefer, 1954; Clark, 1976; Reed, 1979). Salah satu keuntungan dari model matematika adalah dapat memprediksi pengaruh berbagai variabel tanpa harus melakukan eksperimen dengan skala besar (Jorgensen, 1983), misalkan dengan melihat mekanisme biologi dan ekonomi dari objek yang terkait. Dengan cara seperti ini, Clark (1976) telah merubah cara pandang kebanyakan praktisi dan ilmuwan di dunia perikanan tentang bagaimana seharusnya mengendalikan eksploitasi sumber alam ini. Untuk lebih jelasnya berikut akan dibahas

evolusi yang terjadi pada teori manajemen perikanan dalam kaitannya dengan pemakaian matematika di bidang tersebut.

3. EVOLUSI DALAM DUNIA MANAJEMEN PERIKANAN: SEBUAH KILAS BALIK

3.1 Dari Statis ke Dinamis

Sampai dengan 20 tahun yang lalu, praktek manajemen perikanan seluruhnya berdasarkan pada konsep *Maximum Sustainable Yield* (MSY), yang diperkenalkan oleh Graham pada tahun 1935. Idenya adalah mendapat hasil tangkapan maksimum dalam keadaan setimbang, yakni hasil tangkapan yang mengakibatkan laju pertumbuhan species yang dieksploitasi nol. Konsep ini diformulasikan secara matematis oleh Schaefer (1954, 1957).

Kendatipun MSY banyak dipakai sebagai objektif di dalam manajemen sumber, namun konsep MSY mendapat banyak kritik. Beberapa kelemahan yang dipunyai oleh MSY ini adalah: ketidakstabilan level MSY yang diperoleh, tidak melibatkan aspek ekonomi dari sumber alam tersebut, dan tidak mempunyai arti yang logis jika dikembangkan untuk mengatur populasi *multispecies* yang memiliki keterkaitan ekologi (Conrad dan Clark, 1987).

Objektif manajemen perikanan ini diperbaiki dengan melibatkan faktor-faktor ekonomi oleh Gordon (1954). Objektif ini dinamakan *Maximum Economic Yield* (MEY), namun sayang objektif ini bersifat statis, yakni tidak memandang stok ikan sebagai kapital yang nilai ekonominya berubah dari waktu ke waktu. Banyak ahli ekonomi yang menyebutkan bahwa sifat dinamis ini tidak perlu dilibatkan, karena sifat-sifatnya tidak jauh berbeda dengan perhitungan statis (Turvey, 1964). Pandangan mereka salah, karena pada tahun 1973, Colin Clark, seorang matematikawan yang tertarik dengan manajemen sumber alam membuktikan bahwa strategi yang diperoleh dengan melibatkan sifat dinamis dari stok akan sangat jauh berbeda dengan strategi apabila stok tersebut dianggap statis. Objektif Clark ini dikenal sebagai *Maximum Present Value* (MPV).

Karya Clark ini sangat berpengaruh dan mengubah cara berpikir seseorang tentang bagaimana mengatur eksploitasi sumber alam yang bersifat regeneratif, seperti ikan dan hutan. Pandangan seperti ini pernah disampaikan oleh seorang matematikawan lainnya, Hotelling, 40 tahun sebelum publikasi Clark. Hanya bedanya Hotelling berkaitan dengan sumber alam yang bersifat non-generatif, seperti minyak bumi. Dengan bantuan matematika, Clark berhasil menjembatani masalah biologi stok (misalnya konservasi) dengan masalah ekonomi stok yang bersangkutan (misalnya keuntungan yang tinggi). Pendekatan ini menumbuhkan satu disiplin ilmu yang relatif baru, yang disebut "*bioeconomic modelling*"

Pada awalnya, kajian yang dilakukan Clark tidak mendapatkan tempat di jurnal-jurnal internasional, terutama jurnal-jurnal ekonomi (Munro, 1992). Tetapi, kemudian disadari bahwa bentuk manajemen yang tepat tidaklah mungkin diperoleh tanpa melibatkan sifat biologi dari stok yang bersangkutan, dalam perhitungan ekonomi atau proses pengambilan keputusan (Yodzis, 1994; Parma, 1998). Gagal mengidentifikasi sifat biologi dan tidak melibatkannya dalam formulasi manajemen atau perhitungan ekonomi, telah mengakibatkan mismanajemen dan bahkan runtuhnya industri perikanan (Botsford *et al.*, 1997). Hal inilah yang membuat para praktisi makin tertarik dengan kajian *bioeconomic modelling*, yang intinya adalah penerapan matematika dalam "mengawinkan" konsep-konsep yang berbeda.

3.2 Dari Homogen ke Heterogen

Sukses yang diraih Clark telah mendorong banyak ilmuwan untuk menyisipkan aspek-aspek biologi lain dalam memformulasi manajemen yang tepat. Misalnya Mesterton-Gibbons (1996) mengembangkan teori Clark ini untuk *multispecies fisheries*. Aspek biologi

lain yang harus disisipkan adalah "*spatial heterogeneity*". Teori Clark mengasumsikan bahwa stok yang dieksploitasi bersifat homogen. Kenyataan menunjukkan bahwa kondisi ideal ini hampir mustahil ditemukan. Kondisi geografis laut yang berlainan akan mengakibatkan sifat biologis stok yang berlainan pula (Frank dan Leggett, 1994). Hal ini mendorong matematikawan lain, seperti Tuck, Possingham dan Supriatna melakukan hal yang serupa, dengan menyisipkan struktur spasial (*spatial structure*) dari stok yang dieksploitasi.

Banyak ilmuwan di negara-negara yang telah maju, seperti di negara-negara anggota OECD, awalnya menyatakan pesimis akan usaha seperti ini. Mereka beranggapan melibatkan struktur spasial hanyalah memperumit masalah, dan tidak akan memberikan wawasan yang baru (OECD, 1997). Dugaan mereka keliru, sebab Tuck dan Possingham (1994) dan Supriatna dan Possingham (1998, 1999) memperlihatkan bahwa "*rules of tumb*" dapat ditentukan, dengan cara mengkonservasi substok tertentu untuk mendapatkan keuntungan ekonomi yang optimal. Secara umum *rules of thumb* tersebut mengatakan bahwa kalau sebuah subpopulasi bersifat lebih penting, misalnya bersifat "*source*' yang penting dalam masalah kelanggengan ekosistem, maka dia harus relatif dikonservasi. Hal ini mengakibatkan total keuntungan yang diperoleh akan lebih besar dibandingkan dengan apabila struktur spasial tidak dilibatkan dalam perhitungan. Details formulasi dan analisis model dapat dilihat pada paper lain (Supriatna, 1998).

4. PENUTUP: *The World Beyond 2000* - Sebuah Pandangan ke Depan

Kilas balik di atas hanyalah sebuah contoh tentang peranan matematika dalam pengaturan populasi khususnya, dan dalam membantu pengembangan ilmu lain umumnya. Karena sifat abstrak dari matematika, maka metoda matematika yang dipakai pada kasus industri perikanan ini dapat diterapkan (*transferable*) dalam berbagai bidang yang berkaitan dengan pengaturan populasi. Misalnya, seperti dijelaskan pada pendahuluan di atas, permasalahan ini serupa dengan penentuan ambang kerusakan yang sangat diperlukan dalam pencarian "*optimal eradication strategy*" dalam bidang kajian pengendalian hama. Contoh lain, masalah ini juga dapat dikembangkan pada masalah yang berkaitan dengan epidemiologi, misalnya menentukan "*optimal vaccination strategy*".

Khususnya dalam masalah "*optimal harvesting strategy*", pendekatan matematis ini masih dapat dikembangkan, dengan mengkaji visi yang digambarkan lembaga makanan international tentang dunia setelah tahun 2000. Lembaga tersebut menyatakan bahwa setelah tahun 2000 diharapkan terjadi sebuah kondisi dimana sumber pangan harus berasal dari pengelolaan sumber alam yang berkelanjutan. (IFPRI, 1995). Visi ini mengisyaratkan bahwa dalam pemanfaatan sumber alam, dua hal harus dipenuhi: produktivitas dan kesinambungan, dua hal yang kadang-kadang sulit dipertemukan. Kilas balik menunjukkan bahwa matematika mempunyai peluang untuk menjembatani dua hal yang berbeda ini. Ini dapat dikatakan sebagai *social merit* dari matematika terapan. Lebih jauh lagi sejarah memperlihatkan bahwa selalu ada upaya dari setiap matematikawan untuk menuliskan setiap buah pikirnya dalam bentuk teori umum yang deduktif dan menempatkan fenomena matematis hasil pengamatan empirisnya sebagai sebuah contoh dari teori umum tersebut. Hal ini memperlihatkan bahwa matematika terapan juga mempunyai *scientific merit*.

REFERENSI

Botsford, L.W., J.C. Castilla and C.H. Peterson (1997). The management of fisheries and marine ecosystems. *Science* **277:** 509-515.

Brocket, R.W. (1972). The Synthesis of Dynamical Systems in the special issues Symposium on the Future of Applied Mathematics. *Quart. Appl. Math.* **30**: 41-50.

Clark, C.W. (1973). Profit maximization and extinction of animal species. *Journal of Political Economy* **81:** 950-961.

Clark, C.W. (1976). *Mathematical Bioeconomics: The Optimal Management of Renewable Resources* (1st Edn.), John Wiley, New-York.

Conrad, J.M. and C.W. Clark (1987). *Natural Resource Economics*. Cambridge University Press. New-York.

Cunningham, S. (1981). The evolution of the objectives of fisheries management during the 1970's. *Ocean Management* **6:** 251-278.

Frank, K.T. and W.C. Leggett (1994). Fisheries ecology in the context of ecological and evolutionary theory. *Annual Review of Ecology and Systematics* **25:** 401-422.

Gordon, H.S. (1954). The economic theory of a common-property resource: The fishery. *Journal of Political Economy* **62:** 124-142.

Graham, M. (1935). Modern theory of exploiting a fishery, and application to North Sea trawling. *Journal du Conseil International pour l'Exploration de la Mer* **10:** 264-274.

Herman, P. (1970). Comments on the COSRIMS Report. *Amer. Math. Monthly*, May: 517-521.

Hotelling, H. (1931). The economics of exhaustible resources. *Journal of Political Economy* **39:** 137-175.

IFPRI (International Food Policy research Institute, 1995). *A 2020 vision for food, agriculture, and recommended action.* IFPRI. Washington, DC, 50 pp.

Jorgensen, S.E. (1983). *Application of Ecological Modelling in Environment Management, Part A*. Elsevier Scientific.

Krebs, C.R. (1985). *Ecology: The Experimental Analysis of Abundance and Distribution.* Harper and Row, New York.

Lin, C.C., L.A. Segel dan G.H. Handelman (19??). *Mathematical Applied to Deterministic Problems in the Natural Sciences.* SIAM. Philadelphia.

Mesterton-Gibbons, M. (1996). A technique for finding optimal two-species harvesting policies. *Ecological Modelling* **92:** 235-244.

Munro, G.R. (1992). Mathematical bioeconomics and the evolution of modern fisheries economics. *Bulletin of Mathematical Biology* **54:** 163-184.

Neumann, J. (1956). The Mathematicians. Reprinted in the *World of Mathematics*. Simon & Schuster, New York.

OECD (1997). *Towards Sustainable Fisheries: Economic Aspects of the Management of Living Marine Resources*. Paris.

Parma, A.M., P. Amarasekare, M. Mangel, J. Moore, W.W. Murdoch, E. Noonburg, M.A. Pascual, H.P. Possingham, K. Shea, W. Wilcox and D. Yu. (1998). What can adaptive management do for our fish, forests, food, and biodiversity? *Integrative Biology* **1:** 16-26.

Prager, W. (1972). Introductory Remarks in the special issues Symposium on the Future of Applied Mathematics. *Quart. Appl. Math.* 30: 1-9.

Reed, W.J. (1979). Optimal escapement levels in stochastic and deterministic harvesting models. *Journal of Environmental Economics and Management* **6:** 350-363.

Ricker, W.E. (1954). Stock and recruitment. *Journal of the Fisheries Research Board of Canada* **11:** 559-623.

Royce, W.F. (1984). *Introduction to practice of fishery science*. Acadeemic Press, New York.

Schaefer, M.B. (1954). Some aspects of the dynamics of populations important to the management of the commercial marine fisheries. *Bulletin of the Inter-American Tropical Tuna Commision* **1**: 27-56.

Schaefer, M.B. (1957). A study of the dynamic of fishery for yellowfin tuna in the Eastern Tropical Pacific Ocean. *Bulletin of the Inter-American Tropical Tuna Commision* **2**: 247-285.

Shaharir bin Mohamad Zain (1988). Tamadun Islam dalam Bidang Matematik. Artikel pada *Pengenalan Tamadun Islam dalam Sains dan Teknologi* (Editor: Shaharir bin Mohamad Zain). Dewan Bahasa dan Pustaka. Kuala Lumpur.

Shea, K., P. Amarasekare, P. Kareiva, M. Mangel, J. Moore, W.W. Murdoch, E. Noonburg, A.M. Parma, M.A. Pascual, H.P. Possingham, C. Wilcox and D. Yu. (1998). Management of populations in conservation, harvesting and control. *Trends in Ecology and Evolution* **13**: 371-375.

Supriatna, A.K. (1998). Application of Dynamic Programming in Harvesting a Predator-Prey Metapopulation. *Bulletin of Indonesian Sciences Technology and Economics* **5**(2).

Supriatna, A.K. dan H.P. Possingham (1998). Optimal Harvesting for a Predator-Prey Metapopulation. *Bulletin of Mathematical Biology* **60**: 49-65.

Supriatna, A.K. dan H.P. Possingham (1999). Harvesting a Two-Patch Predator-Prey Metapopulation. *Natural Resource Modeling* **12**: 481-498.

Truesdell, C. (1964). The Spirit in Applied Mathematics. *Rev. World. Sci.* **6**: 195-205.

Tuck, G.N. and H.P. Possingham (1994). Optimal harvesting strategies for a metapopulation. *Bulletin of Mathematical Biology* **56**: 107-127.

Turvey, R. (1964). Optimization and suboptimization in fishery regulation. *American Economic Review* **54**: 64-76.

Yodzis, P. (1994). Predator-prey theory and management of multispecies fisheries. *Ecolological Applications* **4**: 51-58.