



**LAPORAN AKHIR PENELITIAN
HIBAH FUNDAMENTAL DIKTI 2009**

**KARAKTERISASI METODE NUMERIK BARU
UNTUK MENYELESAIKAN MASALAH OPTIMISASI
TAK TENTU YANG MELIBATKAN VARIABEL BINER**

Oleh:
**Dr. Diah Chaerani, M.Si
Dr. H. Sudradjat
Firdaniza, M.Si**

**DIBIYAI OLEH DANA DIPA UNIVERSITAS PADJADJARAN
SESUAI DENGAN SURAT KEPUTUSAN
REKTOR UNIVERSITAS PADJADJARAN
NO: 1159/H6.1/Kep/HK/2009
Tanggal 14 April 2009**

**DEPARTEMEN PENDIDIKAN NASIONAL
UNIVERSITAS PADJADJARAN
FAKULTAS MIPA
NOVEMBER 2009**

**LEMBAR IDENTITAS DAN PENGESAHAN
LAPORAN AKHIR PENELITIAN
HIBAH FUNDAMENTAL DIKTI 2009**

1.	a. Judul Penelitian	: Karakterisasi Metode Numerik Baru untuk Menyelesaikan Masalah Optimisasi Tak Tentu yang Melibatkan Variabel Biner
	b. Katagori Penelitian	: I
2.	Ketua Peneliti	
	a. Nama	: Dr. Diah Chaerani, M.Si
	b. Jenis kelamin	: Perempuan
	c. Golongan pangkat dan NIP	: IIIIB/ 19760605 199903 2 001
	d. Jabatan fungsional	: Lektor
	e. Fakultas/Jurusan	: MIPA/Matematika
	f. Univ/Inst/Akademi	: Universitas Padjadjaran
	g. Bidang Ilmu yang diteliti	: Matematika Terapan (Pemodelan Optimisasi)
3.	Jumlah Anggota Peneliti	: 2 (dua) orang
	Nama Anggota Peneliti	: 1. Dr. H. Sudradjat, M.S 2. Firdaniza, M.Si
4.	Lokasi Penelitian	Lab. Penelitian dan Kerjasama Jurusan Matematika FMIPA Unpad
5.	Bila penelitian ini merupakan peningkatan kerjasama kelembagaan, sebutkan:	
	a. Nama Institusi	: -
	b. Alamat	: -
6.	Jangka waktu penelitian	: 8 (delapan) bulan
7.	Biaya yang diperlukan	: Rp. 38.000.000,00 (tiga puluh delapan juta rupiah)

Bandung, 14 November 2009

Mengetahui:
Dekan Fakultas MIPA

Ketua Peneliti,

Dr. Wawan Hermawan, M.S
NIP. 19620527 198801 1 001

Dr. Diah Chaerani, M.Si
NIP. 19760605 199903 2 001

Menyetujui
Ketua Lembaga Penelitian dan Pengabdian Kepada Masyarakat
Universitas Padjadjaran

Prof. Oekan S Abdoellah, MA, PhD
NIP. 19540506 198103 1 002

DAFTAR ISI

	Halaman
LEMBAR PENGESAHAN	
DAFTAR ISI	
RINGKASAN DAN SUMMARY	i
PRAKATA	ii
DAFTAR GAMBAR/ILUSTRASI	iii
DAFTAR LAMPIRAN	iv
1. PENDAHULUAN	1
2. KAJIAN PUSTAKA YANG TELAH DILAKSANAKAN	3
3. TUJUAN DAN MANFAAT PENELITIAN	6
4. METODE PENELITIAN	7
5. HASIL DAN PEMBAHASAN	8
6. KESIMPULAN DAN SARAN	9
DAFTAR PUSTAKA	10
LAMPIRAN	

RINGKASAN

Berbagai masalah desain sesungguhnya merupakan masalah optimisasi. Penekanan utama dalam laporan ini berada pada pemodelan beberapa masalah desain yang robas, yaitu masalah-masalah yang berkenaan dengan mencari suatu solusi optimal dari suatu masalah desain tak tentu. Tujuan yang hendak dicapai adalah penggunaan metodologi *Robust Counterpart* seperti yang diusulkan oleh Ben-Tal dan Nemirovskii [1]. *Robust counterpart* ini merepresentasikan suatu pendekatan yang berorientasi pada kasus terbaik dari yang terburuk, yaitu mencari suatu solusi feasible yang robas. Ini berarti bahwa solusi tersebut memenuhi kendala teknologi untuk semua nilai yang mungkin dalam data tak tentu. Diasumsikan bahwa data berada pada suatu himpunan tak tentu ellipsoid. Dalam kasus ini, *Robust counterpart* dari suatu masalah pemrograman linier membentuk suatu masalah optimisasi kuadratik konik (yang dapat diselesaikan dengan menggunakan metode *interior point*). Dalam beberapa kasus spesifik seperti *Robust Shortest Path Problem* [9], *robust counterpart* memuat variabel biner. Masalah ini secara umum tidaklah *computationally tractable*, karena diperlukan suatu skema *branch and bound* untuk menyelesaikan masalahnya. Sehingga diperlukan pembentukan suatu algoritma yang lebih efisien dengan mengeksploitasi struktur khusus. Dalam laporan penelitian ini, diusulkan untuk menyelesaikan masalah dengan menggunakan pendekatan relaksasi semidefinite dengan cara mengelaborasi relaksasi semidefinite seperti yang diusulkan oleh Poljak et al [11] dan oleh Ben-Tal & Nemirovskii [2]. Suatu formulasi relaksasi semidefinite untuk masalah kuadratik konik dengan variabel biner disajikan dalam laporan penelitian ini.

SUMMARY

Many design problems are in fact optimization problems. The main emphasis in this paper is on modelling some robust design problems, i.e., problems that deal with finding a robust optimal solution of an uncertain design problem. Our aim is to use the robust counterpart (RC) Methodology of Ben-Tal and Nemirovskii [1]. The robust counterpart represents the best worst-case oriented approach: a solution is robust feasible only if the solution satisfies the technological constraints for all possible values of the uncertainty data. We assume that the data belongs to an ellipsoidal uncertainty set. In this case, the robust counterpart of a linear optimization problem leads to a conic quadratic optimization problem (which can be solved efficiently by using interior-point methods). In some specific problems such as the robust shortest path problem [9], the robust counterpart contains binary variables. This problem is in general not computationally tractable, since we need a branch and bound scheme to solve the problem. Therefore we need to develop a more efficient algorithm by exploiting the special structure. We intend to solve the problem approximately via a semidefinite relaxation. We elaborate the semidefinite relaxations as proposed by Poljak et al. [11] and by Ben-Tal and Nemirovskii [2]. A semidefinite relaxation formulation for conic quadratic problem with binary variables is presented.

PRAKATA

Penelitian ini didanai oleh HIBAH FUNDAMENTAL DIKTI 2009. Dalam laporan ini, telah dikaji karakterisasi metode numeric baru untuk menyelesaikan masalah optimisasi taktentu yang melibatkan variabel biner. Tujuan utama dari penelitian ini adalah memberikan gambaran pentingnya pemodelan matematika dalam menentukan solusi optimal dalam masalah disain optimisasi dengan menggunakan Optimisasi Robas dan kelas masalah Optimisasi Konik. Masalah spesifik yang dikaji adalah masalah penentuan jalur terpendek dengan data yang tidak tentu. Dalam pemodelannya dilibatkan variabel biner $\{0,1\}$ sehingga diperlukan skema Branch and Bound untuk menyelesaikan masalah ini.

Penelitian berlangsung selama 8(delapan) bulan dengan personalia penelitian terdiri dari dua orang doctor riset operasi dan satu orang ahli matematika dalam bidang stokastik, dibantu oleh dua orang mahasiswa S1 dan satu orang tenaga administrasi.

Ucapan terimakasih kami ucapkan kepada Prof. dr. ir C. Roos dari TU Delft The Netherlands, yang telah memberikan banyak komentar mengenai topik bahasan dalam penelitian ini. Secara administratif, ucapan terimakasih juga disampaikan untuk Ketua Lembaga Penelitian dan Pengabdian Kepada Masyarakat Universitas Padjadjaran yang telah menyetujui penelitian ini untuk didanai, juga kepada Dekan FMIPA dan Ketua Jurusan Matematika FMIPA Universitas Padjadjaran sehingga penelitian ini dapat dilaksanakan di Laboratorium Penelitian dan Kerjasama Jurusan Matematika FMIPA UNPAD.

Semoga hasil penelitian ini dapat bermanfaat.

Jatinangor, 14 Nopember 2008
Ketua Peneliti

Dr. Diah Chaerani, M.Si
NIP. 19760605 199903 2 001

DAFTAR GAMBAR/ILUSTRASI

Gambar 1. Fungsi Konveks dan Nonkonveks

Gambar 2. Pemodelan dengan Pemrograman Stokastik

Gambar 3. Skema pemodelan optimisasi

Gambar 4. Interpretasi geometris dari masalah optimisasi konik

DAFTAR LAMPIRAN

LAMPIRAN 1. Instrumen penelitian (Referensi Utama)

1. S. Poljak, F. Rendl, and H. Wolkowicz. A recipe for semidefinite relaxation for {0-1}-quadratic programming. *Journal of Global Optimization*, vol. 7(51): 51-73, 1995.
2. A. Ben-Tal and A. Nemirovskii. Robust optimization methodology and applications. *Mathematical Programming*, 92(3, Ser. B):453-480, 2002.

LAMPIRAN 2. Hasil Penelitian

1. *A semidefinite approach to solve uncertain conic optimization problem with binary variables* (D. Chaerani, Sudradjat, Firdaniza)
2. Karakterisasi Model Optimisasi Perencanaan Taktis Perhutanan berbasis Clean Development Mechanism (CDM) (D. Chaerani, I. Permana, Firdaniza, Sudradjat)

LAMPIRAN 3. Dokumen Pendukung Hasil Penelitian

LAMPIRAN 4. Biodata peneliti

1. PENDAHULUAN

Masalah optimisasi tak tentu (*optimization under uncertainty*) adalah cabang ilmu matematika bidang optimisasi dengan data masalah yang tak tentu. Hal ini berarti bahwa data permasalahan tidak diketahui dengan tepat ketika permasalahan harus diselesaikan. Ketidaktentuan data dapat disebabkan oleh :

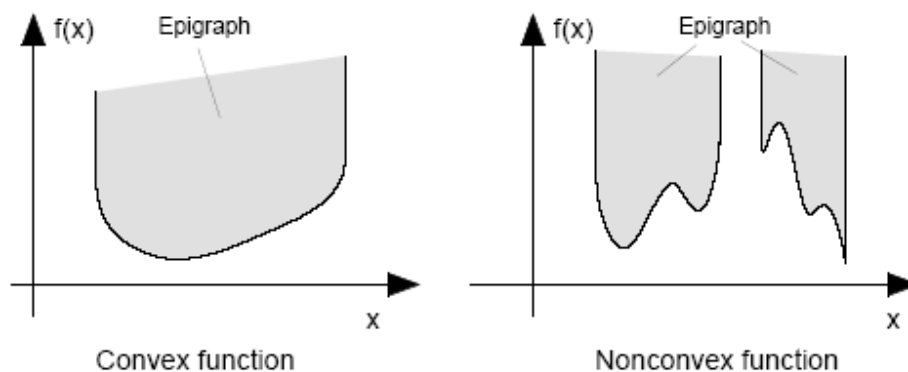
1. kesalahan pengukuran,
2. kesalahan dalam pemodelan, atau
3. tidak tersedianya informasi yang diperlukan ketika keputusan harus diambil.

Secara umum, masalah optimisasi tak tentu ini dapat dirumuskan sebagai berikut :

$$\min_{x_0, x} \{x_0 : f_0(x, \zeta) \leq 0, f_i(x, \zeta) \leq 0, i = 1, \dots, m \quad \forall (\zeta \in U) \quad (1)$$

Dimana x adalah vector variable keputusan, f_0 adalah fungsi objektif/fungsi tujuan, f_i (untuk $i=0, 1, 2, \dots, m$) adalah fungsi kendala atau struktur elemen masalah, dan ζ merepresentasikan data terkait yang spesifik dengan masalah yang dikaji.

Dalam dunia optimisasi klasik, masalah (1) sangat bergantung pada klasifikasi vector variable keputusan, x , dimana klasifikasi ini bergantung pada jenis variabelnya, apakah linier atau linier sehingga suatu masalah optimisasi dapat dikarakterisasi melalui kelinieran fungsi objektif dan fungsi kendala. Hal ini mengakibatkan ada dua cabang ilmu optimisasi yang sangat penting yaitu masalah optimisasi linier (OL) dan optimisasi non-linier. (ONL). Namun demikian, seiring dengan perkembangan keilmuan optimisasi, kelinieran suatu masalah optimisasi tidak lagi memegang peranan penting karena telah tergantikan dengan adanya penelitian yang sangat signifikan dalam masalah kriteria kekonveksan suatu masalah optimisasi. Secara geometris fungsi konveks dapat dilihat pada Gambar 1 berikut ini.



Gambar 1. Fungsi Konveks dan Nonkonveks

Ke-konveks-an suatu masalah optimisasi menentukan eksistensi dari solusi optimal global dari masalah yang dikaji. Dengan demikian lahirlah satu cabang penting dalam dunia optimisasi yaitu *Convex Optimization* yang mulai berkembang pada tahun 1980-an.

Selanjutnya, seiring dengan fakta terlibatnya data tak tentu dalam masalah optimisasi yang dapat disebabkan oleh beberapa hal tersebut diatas, maka kajian intensif untuk kelas masalah optimisasi berkembang pada awal tahun 1990-an dengan lahirnya kelas masalah *Robust Optimization*. Penyelesaian untuk kelas masalah ini dapat didekati dengan beberapa cara pendekatan dalam mengekspresikan himpunan ketidaktentuan datanya. Salah satu metodologi yang berkontribusi signifikan adalah *Robust Counterpart Methodology* yang dikembangkan oleh Ben-Tal dan Nemirovskii pada awal tahun 1997.

Dalam usulan penelitian ini difokuskan untuk menyelesaikan *robust counterpart* dari sebuah masalah optimisasi linier tak tentu. Dalam proyek ini diasumsikan bahwa himpunan tak tentu yang akan dikaji adalah *ellipsoidal uncertainty set*. Dalam kasus ini, *robust counterpart* dari masalah optimisasi linier tak tentu adalah *computationally tractable* karena masalah merupakan masalah *conic quadratic*. Hal ini berarti bahwa masalah ini dapat diselesaikan dalam waktu *polynomial*. Namun demikian, seperti telah diuraikan sebelumnya, ada kalanya *robust counterpart* melibatkan variabel biner. Dengan demikian permasalahan berubah menjadi *binary conic optimization problem* yang merupakan salah sulit karena tidak *computationally tractable*. Untuk itu kami mengajukan usulan untuk melakukan penelitian dengan mengkaji struktur khusus dari masalah optimisasi konik dengan variabel biner untuk memperoleh metode solusi yang lebih efisien. Kajian lebih lanjut dalam permasalahan *parametrik ellipsoidal uncertainty* untuk fungsi objektif saja akan dibahas pula dalam penelitian ini.

Fokus utama dari penelitian ini adalah mencari metode matematika untuk berbagai masalah *robust design*, yaitu masalah-masalah yang berkaitan dengan pencarian solusi optimal yang *robust* dari permasalahan design yang melibatkan data yang tak tentu. Penelitian ini akan menggunakan metodologi *robust counterpart (RC)* yang telah dikembangkan oleh Ben-Tal dan Nemirovskii [Bental1999]. Dalam metodologi ini, *robust counterpart* merepresentasikan pendekatan yang berorientasi pada kasus-kasus terburuk, yaitu suatu solusi disebut *robust feasible* hanya jika solusi ini memenuhi kendala-kendala teknis untuk semua nilai-nilai yang mungkin menjadi kandidat solusi dari data yang tak tentu. Dalam hal ini, data diasumsikan merupakan himpunan *ellipsoidal* tak tentu. Dalam kasus ini, *robust counterpart* dari suatu permasalahan optimisasi linier merupakan suatu permasalahan optimisasi dalam bentuk khusus yaitu masalah konik kuadratik yang dapat diselesaikan secara efisien dengan menggunakan *interior point methods* [Nesterov1994].

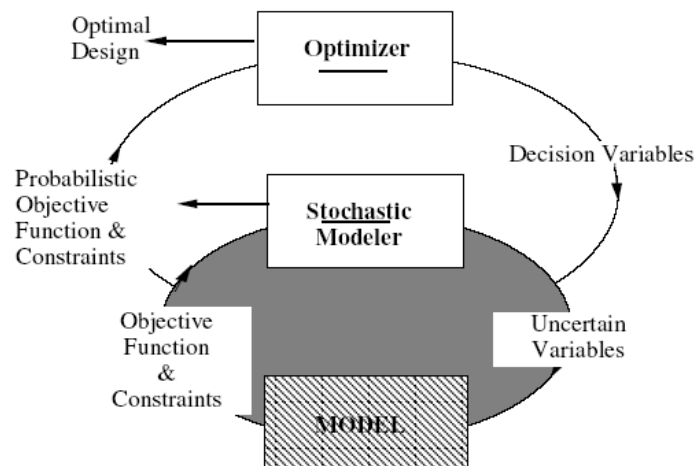
Dalam [Chaerani2006] telah diperoleh beberapa hasil untuk beberapa masalah khusus seperti masalah *robust shortest path (RSP)*, masalah *robust maximum flow (RMF)* dan masalah *robust resistance network topology design (RNTD)*. Dalam dua masalah pertama, data yang tak tentu hanya berada pada fungsi objektif, dimana vektor objektif diasumsikan merupakan vektor tak tentu yang kemudian didekati dengan *ellipsoidal uncertainty set*. Hasil-hasil dari [Chaerani2006] tersebut selanjutnya akan digeneralisasi dalam usulan penelitian fundamental ini, yaitu akan dicari perumusan umum untuk

masalah-masalah optimisasi linier sembarang dengan data tak tentu hanya pada vektor objektif saja. Hasil yang sudah diperoleh untuk masalah RSP menunjukkan bahwa *robust counterpart* yang diperoleh ternyata memuat variabel biner yang mengakibatkan perumusan masalah optimisasi RSP menjadi masalah optimisasi konik dengan variabel biner. Secara umum masalah ini tidak tergolong kelas masalah yang *computationally tractable*, dimana masalah ini tidak dapat diselesaikan secara efisien dalam waktu yang *polynomial*. Hal ini terkait dengan metode penyelesaiannya yang memerlukan metode khusus yang mengeksplorasi variabel biner, misalnya *branch and bound scheme*. Hal inilah yang menjadi latar belakang masalah sehingga dipandang perlu untuk dilakukan penelitian lanjut untuk menyelesaikan masalah ini dengan mencari algoritma yang lebih efisien dengan mengeksplorasi struktur khusus dari *robust counterpart* ini.

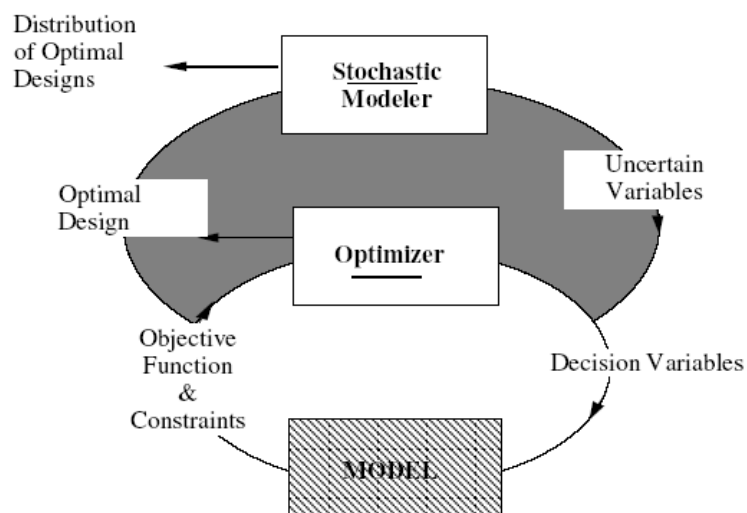
Sebagai usulan penyelesaian masalah diatas, diusulkan untuk mencari pengembangan metode numeric baru dengan menggunakan pendekatan *relaksasi semidefinite*. Dimana langkah penting yang akan dilakukan dalam penelitian ini adalah melakukan suatu *elaborasi* antara relaksasi *semidefinite* yang diusulkan oleh *Pojjak et al. [Pojjak1995]* dan *Ben-Tal et al. [Bental2001]*. Diharapkan akan diperoleh hasil utama berupa *relaksasi semidefinite* baru dan *rounding* procedure baru yang dapat digunakan untuk mengembangkan metode numeric baru untuk memperoleh solusi optimal yang *robust*. Selain itu, karena objek penelitian utama adalah vektor objektif, maka studi lanjut untuk analisis parametrik dan *sensitivity analysis* untuk masalah optimisasi *robust* linier merupakan suatu topik yang sangat menarik untuk dikerjakan. Hasil-hasil teoritis akan dievaluasi melalui eksperimen numerik.

2. KAJIAN PUSTAKA YANG SUDAH DILAKSANAKAN

Dalam bidang kajian riset operasi atau ilmu manajemen, metode pendekatan klasik untuk menyelesaikan masalah optimisasi dengan data tak tentu adalah pemrograman stokastik [Bental1999]. Dalam metode ini, ketidaktentuan data dari permasalahan dimodelkan sebagai suatu himpunan variabel acak dimana distribusi dari variabel acak ini diasumsikan telah diketahui. Pendekatan lain yang dapat digunakan untuk menangani masalah ini adalah dengan mengganti komponen tak tentu dalam vector data dengan nilai nominal yang *representative*, biasanya dengan menggunakan nilai rata-rata dengan demikian pada prinsipnya mengabaikan data-data tak tentu. Skema pemodelan dengan menggunakan pemrograman stokastik dan skema pemodelan optimisasi dapat dilihat pada Gambar 2 dan Gambar 3.



Gambar 2. Pemodelan dengan Pemrograman Stokastik



Gambar 3. Skema pemodelan optimisasi

Sebuah metodologi baru yang sangat menjanjikan untuk menangani ketidakpastian dalam data untuk suatu masalah optimisasi adalah metodologi *robust counterpart* (RC) yang diusulkan oleh Ben-Tal dan Nemirovski [Bental2006a,2006b,1999,2002a]. Dalam metodologi ini, diasumsikan bahwa vector data berada dalam himpunan tak tentu. Merujuk dari [Bental1999], tantangan utama dari metodologi RC ini adalah

1. Bagaimana dan kapan kita dapat memformulasikan apa yang disebut dengan *robust counterpart* dari suatu masalah tertentu sebagai masalah optimisasi yang *computationally tractable*?

2. Atau setidaknya dapat mengaproksimasi *robust counterpart* ini dengan sebuah masalah yang sudah terbukti *tractable*.

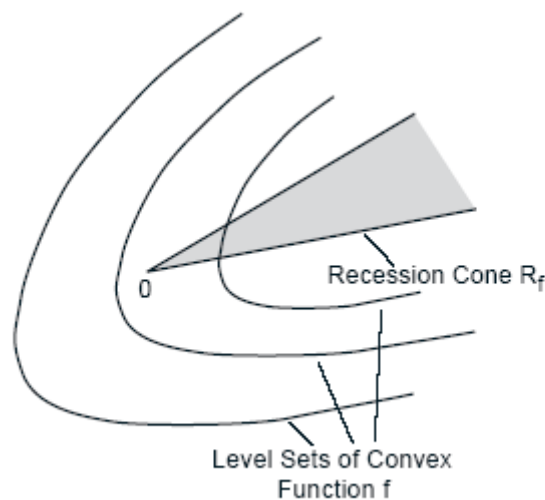
Berdasarkan pada definisi ini, penentuan *robust counterpart* sangat bergantung pada bagaimana kita memilih himpunan taktentu. Sebagai konsekuensi tantangan ini dapat dipenuhi hanya jika himpunan ini dapat dipilih dengan cara yang tepat.

Metodologi Robust Counterpart diatas merupakan salah satu metode yang dapat menyelesaikan kelas masalah *Robust Optimization* (RO). Konsep awal dari *Robust Optimization* (RO) pertama kali diperkenalkan oleh Mulvey, Vanderbei dan Zenios [Mulvey1994] yang juga memperkenalkan berbagai aplikasi dari RO. Ben-Tal dan Nemirovskii [Bental1998,1997] mengaplikasikan RO teori ini pada masalah *truss topology design*. Selanjutnya, oleh penulis yang sama, berbagai hasil riset yang signifikan telah dihasilkan untuk masalah-masalah *robust linear optimization* [Bental1999], *robust quadratic* dan *conic quadratic* [Bental1998,2002b] juga untuk masalah-masalah *robust semidefinite optimization* [Bental1998,2002b].

Sejak diperkenalkannya metodologi RC oleh Ben-Tal dan Nemirovskii, topik ini menjadi topic riset yang terus bersaing dan penting untuk dikerjakan. Teknik optimisasi ini telah berhasil di aplikasikan untuk sejumlah bidang termasuk engineering dan riset operasi. Seperti telah disebutkan dalam [Bental2006a,2006b], pengembangan riset dalam bidang ini untuk beberapa tahun terakhir bertujuan dalam perumusan teori dasar untuk RC dan juga aplikasinya dalam berbagai bidang, termasuk, namun tidak terbatas pada optimisasi diskrit seperti yang telah dikerjakan oleh Bertsimas dan Sim [Bertsimas2003,2004], Karasan et.al. [Karasan2001] dan Atamturk [Atamturk2006]. Dalam topik Aljabar Linier numeric oleh El Ghoui et al. [Ghoui2002], pemrograman dinamik oleh Iyengar [Iyengar2005], manajemen inventory oleh Bertsimas dan Thiele [Bertsimas2006], *pricing* oleh Adida et al. [Adida2006], pemilihan portfolio oleh Ben-Tal dan Margalit [Bental2000] dan D. Goldfarb dan G. Iyengar [Goldfarb2005], pilihan *pricing* oleh Lutgens et al. [Lutgents2002], masalah route oleh Nilim et al. [Nilim2004], masalah-masalah Design Markov oleh Nilim et al. [Nilim2004], design structural oleh Ben-Tal et al. [Bental1997] dan kontrol oleh Ben-Tal dan Boyd [Bental2005].

Dalam beberapa tahun belakangan ini, sebuah kelas baru untuk teknik optimisasi yang disebut *Conic Optimization* (CO) telah diperkenalkan. Kelas optimisasi ini ditujukan untuk menyelesaikan masalah minimisasi sebuah fungsi objektif linier atas irisan dari sebuah himpunan *affine* dan sebuah *convex cone*. Ketertarikan pada CO ini distimulasi dengan fakta bahwa *interior point methods* (IPM) yang telah dikembangkan untuk optimisasi linier dalam dua decade terakhir ini, yang juga merupakan metode yang sangat revolusioner dalam penyelesaian optimisasi linear dapat dikembangkan untuk memperoleh metode dengan waktu polynomial untuk CO.

Gambar 4 menunjukkan interpretasi geometris dari masalah CO, dimana ditunjukkan bahwa kekhususan dari struktur daerah optimal dibatasi oleh irisan himpunan affine dan sebuah kerucut konveks (*convex cone*) menjamin eksistensi solusi global dari masalah yang tengah dikaji.



Gambar 4. Interpretasi geometris dari masalah optimisasi konik

Teori yang sangat elegan yang dikembangkan oleh Nesterov dan Nemirovski [Nesterov1998] memberikan IPM dengan *polynomial complexity* jika *cone* yang digunakan memiliki apa yang disebut *self-concordant barrier*.

Fakta ini membuka jalan untuk spektrum yang lebih luas dari berbagai aplikasi baru yang tidak dapat diselesaikan dengan menggunakan optimisasi linier, misalnya masalah-masalah *image processing*, keuangan, ekonomi, teori control, optimisasi kombinatorik dan sebagainya. Kasus paling mudah dan paling terkenal dari CO adalah kasus dimana *cone* yang digunakan adalah *nonnegative orthant*, yang merupakan bentuk standar dari masalah optimisasi linier. Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa optimisasi linier adalah kasus khusus dari CO. Dua jenis *cone* khusus lainnya adalah *Lorentz* dan *Semidefinite cone*. Masalah-masalah dengan jenis *cone* ini disebut *conic quadratic problems (CQP)* dan *semidefinite optimization problems (SDP)*.

Masalah CO memegang peranan penting dalam dunia *robust optimization*. Ini disebabkan oleh karena *robust counterpart* dari sebuah masalah optimisasi tak tentu dengan sebuah himpunan tak tentu yang telah didefinisikan seperti *ellipsoidal uncertainty set*, merupakan masalah CO. Hasil-hasil ini telah dipromosikan oleh Ben-Tal dan Nemirovskii dalam [Bental2002a].

3. TUJUAN DAN MANFAAT PENELITIAN

3.1 TUJUAN

Sesuai dengan fokus utama proposal penelitian ini, tujuan dari penelitian ini adalah mengembangkan beberapa hasil pemodelan masalah *robust design* dengan menggunakan CO seperti yang disajikan dalam [Chaerani2006]. Pembahasan mengenai *the robust shortest path problem, the robust maximum*

flow problem dan the robust electrical network topology design membawakan beberapa pertanyaan menarik untuk bidang robust optimisasi khususnya untuk masalah linier. Beberapa pengembangan hasil penelitian yang disajikan dalam [Chaerani2006] akan diselidiki lebih lanjut. Dalam hal ini, penelitian akan difokuskan pada masalah optimisasi linier dengan data tak tentu pada fungsi objektif saja. Beberapa pertanyaan yang muncul adalah

4. Bagaimanakah cara yang tepat untuk menyelesaikan *robust counterpart* dari suatu masalah optimisasi linier tak tentu jika melibatkan variabel biner dalam formulasi masalah?
5. Jika himpunan tak tentu diberi ukuran skala dengan parameter nonnegative, maka bagaimana perilaku nilai objektif terhadap parameter nonnegative ini?

3.2 MANFAAT PENELITIAN

4. METODE PENELITIAN

Untuk menjawab pertanyaan yang telah dinyatakan pada sub 3.1 diatas, kajian khusus untuk kasus model-model *robust counterpart* yang melibatkan variabel biner akan dieksploasi melalui pengembangan metode numeric yang merupakan elobarasi dari relaksasi semidefinite yang diusulkan oleh S. Poljak et al. [Poljak1995] dan Ben-Tal & Nemirovskii [Bental2001] .

Sebagai gambaran dan pemikian konseptual dari ide elaborasi diatas, pengembangan metode numerik yang diharapkan diperoleh tersebut diatas dapat dilakukan dengan cara:

1. Mengubah variabel biner menjadi variabel $\{1,-1\}$ (seperti yang diusulkan oleh S. Poljak et al. [Poljak1995]).
2. Merepresentasikan ulang fungsi objektif dan fungsi kendala *conic* dari permasalahan sebagai matrik *dyadic* (seperti yang diusulkan oleh Ben-Tal dan Nemirovskii).

Kemudian setelah diperoleh perumusan masalah dalam bentuk optimisasi semidefinite, nilai optimal optimal yang diperoleh akan dijadikan batas bawah untuk nilai optimal dari permasalahan *binary conic quadratik*. Selanjutnya, untuk memperoleh solusi optimal, diperlukan suatu *rounding procedure* yang memberikan solusi dari solusi optimal dari masalah ini. Lebih lanjut, hasil penelitian ini diharapkan dapat memberikan kontribusi yang signifikan pada bidang *robust discrete optimization*. Referensi mutakhir dalam bidang conic optimization dengan varabel campuran $\{0,1\}$ dapat dijadikan rujukan [Cezik2005].

Tujuan lain dalam penelitian ini adalah untuk mempelajari analisis parametrik dan analisis kesensitifan dari nilai objektif optimal yang robust. Hal menarik yang akan dipelajari adalah dalam hal perilaku nilai objektif sebagai konsekuensi perubahan perturbasi dalam fungsi objektif. Eksperimen numeric dan simulasi akan disajikan. Penelitian hasil lanjutan untuk *robust shortest path problem* dan *robust*

maximum flow problem termasuk dalam penelitian ini (lihat [Chaerani2005] dan [Chaerani2006]). Untuk lebih jelasnya, diagram alur penelitian ini disajikan dalam Diagram 1.

5. HASIL DAN PEMBAHASAN

Hasil dan pembahasan penelitian ini terangkum dalam artikel ilmiah yang meliputi :

1. Kajian teoritis dengan judul "*A semidefinite approach to uncertain conic optimization problems with binary variables*" sudah dipresentasikan pada Indo-MS International Conference on Mathematics and Its Application (IICMA) 2009, Universitas Gadjah Mada Yogyakarta. Artikel ini dapat dilihat pada Lampiran 2.
2. Kajian aplikasi dari model optimisasi mixed integer dengan judul "Karakterisasi Model Optimisasi Perencanaan Taktis Perhutanan yang melibatkan variabel biner telah dipresentasikan pada Seminar Nasional Matematika III, Universitas Negeri Jakarta, 10 Oktober 2009. Artikel dapat dilihat pada Lampiran 2.

Perlu dicatat bahwa dalam hasil penelitian ini, khususnya dalam kajian teoritis, telah diperoleh suatu rumusan baru sebagai model optimisasi yang dijadikan model acuan dalam pengembangan metode numeric baru yang diperlukan. Dalam hal ini, metode yang dipilih dalam penanganan variabel biner yang terlibat adalah dengan cara

1. Mengubah variabel biner menjadi variabel $\{1,-1\}$ (seperti yang diusulkan oleh S. Poljak et al. [Poljak1995]).
2. Merepresentasikan ulang fungsi objektif dan fungsi kendala *conic* dari permasalahan sebagai matrik *dyadic* (seperti yang diusulkan oleh Ben-Tal dan Nemirovskii).

Sehingga dengan memperhatikan masalah RSPP seperti yang disebutkan dalam [Chaerani2004], maka bentuk masalah taktentu konik kuadratik dengan variabel biner, dapat dinyatakan menjadi suatu masalah optimisasi dalam kelas masalah optimisasi semidefinite. Dari sisi numerik, kelas masalah ini, merupakan suatu kelas masalah yang computationally tractable, sehingga dapat ditentukan solusinya dalam waktu polinomial. Sebagai kajian lanjut, diharapkan pada penelitian tahap berikutnya, dapat dilaksanakan pengembangan metode numerik dalam bentuk rounding prosedur yang diperlukan.

Sementara itu, dari sisi aplikasi, sebagaimana disebutkan diatas, dipilih topik khusus dalam Model Optimisasi Perencanaan Taktis Perhutanan, dimana model ini merupakan model optimisasi linier yang melibatkan variabel biner. Sejauh penelitian ini dilaksanakan, kajian pada sub-aplikasi ini, baru dilaksanakan pada reformulasi masalah sehingga dapat dipandang sebagai bentuk standar matriks. Contoh ilustratif digunakan dalam pemahaman model. Uraian lengkap dapat dilihat pada Lampiran 2.

6. KESIMPULAN DAN SARAN

Hasil penelitian yang telah dicapai dapat mengarah pada kesimpulan yang diharapkan, yaitu model robust counterpart yang dihasilkan dari kajian masalah optimisasi taktentu konik dalam kelas kuadrat, berhilir pada model optimisasi semidefinite.

Kelas masalah optimisasi semidefinit ini, sebagaimana juga kelas masalah optimisasi linier dan kelas masalah optimisasi kuadrat konik, merupakan kelas-kelas masalah optimisasi khusus yang dapat dikategorikan sebagai kelas masalah yang dapat diselesaikan dalam waktu polynomial. Hal ini memperkuat fakta yang telah dinyatakan oleh Ben-Tal dan Nemirovskii dalam kajiannya *Robust optimization methodology and applications.*, *Mathematical Programming*, 92(3, Ser. B):453-480, 2002., bahwa dengan memilih pendekatan himpunan taktentu ellipsoidal untuk parameter taktentu yang terlibat, maka selalu diperoleh formulasi model robust counterpart yang dapat diselesaikan dalam waktu polinom.

Selanjutnya sebagai saran, dapatlah diajukan kajian lanjutan dalam pengembangan algoritma numerik baru yang merepresentasikan rounding procedure, sehingga solusi eksplisit dari masalah konik kuadrat dapat diperoleh bila solusi matriks semidefinit dari formulasi barunya diperoleh. Topik ini sebagaimana direncanakan menjadi topik bahasan lanjut pada tahun kedua pelaksanaan penelitian ini.

DAFTAR PUSTAKA

- [Atamturk2006] A. Atamtürk, Strong Formulations of Robust Mixed 0–1 Programming. *Math. Program.* 108 (2) 235-250, Sep. 2006.
- [Adida2006] E. Adida, G. Perakis. A Robust Optimization Approach to Dynamic Pricing and Inventory Control with no Backorders. *Math. Program.* 107(1), 97-129, June 2006.
- [BenTal2006a] A. Ben-Tal and A. Nemirovskii. Selected Topics in Robust Convex Optimization. http://www.optimization-online.org/DB_HTML/2006/09/1463.html. 2006
- [BenTal2006b] A. Ben-Tal and A. Nemirovskii. Extending Scope of Robust Optimization: Comprehensive Robust Counterparts of Uncertain Problems. *Math. Program.*, Ser. B 107, 63–89, 2006.
- [BenTal1999] A. Ben-Tal and A. Nemirovskii. Robust solutions of uncertain linear programs. *Operations Research Letters*, 25(1):1-13, 1999.
- [BenTal2002] A. Ben-Tal and A. Nemirovskii. Robust optimization methodology and applications. *Mathematical Programming*, 92(3, Ser. B):453-480, 2002.
- [BenTal2001] A. Ben-Tal and A. Nemirovski. Lectures on modern convex optimization. MPS/SIAM Series on optimization. Society for Industrial and Applied Mathematics (SIAM), Philadelphia, PA, 2001.
- [BenTal1998] A. Ben-Tal and A. Nemirovskii. Robust convex optimization. *Mathematics of Operations Research*, 23(4):769-805, 1998.
- [BenTal1997] A. Ben-Tal and A. Nemirovskii. Stable truss topology design via semidefinite programming. *SIAM Journal on Optimization*, 7:991-1016 (electronic), 1997.
- [BenTal2002] A. Ben-Tal, A. Nemirovskii, and C. Roos. Robust solutions of uncertain quadratic and conic quadratic problems. *SIAM Journal on Optimization*, 13(2):535-560 (electronic), 2002
- [BenTal2000] A. Ben-Tal, T. Margalit, and A. Nemirovskii. Robust modeling of multi-stage portfolio problems. *High Performance Optimization*, pages 303-328, 2000.
- [Bertsimas2003] D. Bertsimas and M. Sim. Robust discrete optimization and network flows. *Mathematical Programming*, 98(1-3, Ser. B):49-71, 2003.
- [Bertsimas2004] D. Bertsimas and M. Sim. The price of robustness. *Operations Research*, 52(1):35-53, 2004.
- [Bertsimas2006] D. Bertsimas, A. Thiele, Robust Optimization Approach to Inventory Theory, *Operations Research* 54:1 2006.
- [Cezik2005] M. T. Cezik and G. Iyengar. Cuts for mixed 0-1 conic programming. *Mathematical Program*, vol. 104(1): 179-202, 2005.
- [Chaerani2006] D. Chaerani, Modelling robust design problems via conic optimization. TU Delft

PhD thesis. ISBN 90-8559-232-1, 2006.

- [Chaerani2005] D. Chaerani, C. Roos, and A. Aman. The robust shortest path problems by means of robust linear optimization. In H Fleuren, D den Hertog, D and P Kort editors, Operations Research Proceedings 2004, (1): 335-342, 2005.
- [Chaerani2005b] D. Chaerani and C. Roos, The Robust Maximum Flow Problem with some examples. ICAM 2005 Proceedings, Institut Teknologi Bandung, only on CD.
- [Ghoui2002] L. El Ghaoui, Inversion Error, Condition Number, and Approximate Inverses of Uncertain Matrices. Linear Algebra and its Applications 342:1-3, 2002.
- [Goldfarb2005] D. Goldfarb, G. Iyengar, Robust portfolio selection problems. Mathematics of Operations Research, 28:1, 1-37, 2003.
- [Iyengar2005] G. Iyengar, Robust dynamic programming. Mathematics of Operations Research, 30:2, 1-21, 2005.
- [Karasan2001] O.E. Karasan, M.C. Pinar, and H. Yaman. The robust shortest path problem with interval data. Optimization Online, 2001.
- [Lutgens2002] F. Lutgens and J. Sturm. Robust option modelling. Technical report, University of Maastricht, 2002.
- [Mulvey1994] J. M. Mulvey, R. J. Vanderbei, and S A. Zenios. Robust optimization of large-scale systems. Operations Research, 43(2):264-281, 1995.
- [Nesterov1994] Y. Nesterov and A. Nemirovskii. Interior-point polynomial algorithms in convex programming, Vol. 13 of SIAM Studies in Applied Mathematics. 1994.
- [Nilim2003] A. Nilim and L. El Ghaoui. Robustness in Markov decision problems with uncertain transition matrices. In NIPS, 2003.
- [Nilim2004] A. Nilim, L. El Ghaoui, V. Duong, Algorithms for Multi-Aircraft Re-Routing Under Uncertainties. Conference Internationale Associant Chercheurs Vietnamiens et Francophones en Informatique, Hanoi Vietnam, 2-5 February 2004 (RIVF 2004).
- [Poljak1995] S. Poljak, F. Rendl, and H. Wolkowicz. A recipe for semidefinite relaxation for {0-1}-quadratic programming. Journal of Global Optimization, vol. 7(51): 51-73, 1995.

LAMPIRAN 1

INSTRUMEN PENELITIAN (Referensi utama)

1. S. Poljak, F. Rendl, and H. Wolkowicz. A recipe for semidefinite relaxation for {0-1}-quadratic programming. *Journal of Global Optimization*, vol. 7(51): 51-73, 1995.
2. A. Ben-Tal and A. Nemirovskii. Robust optimization methodology and applications. *Mathematical Programming*, 92(3, Ser. B):453-480, 2002.

LAMPIRAN 2
ARTIKEL HASIL PENELITIAN
(Makalah yang telah dipresentasikan)

1. Kajian teoritis dengan judul "*A semidefinite approach to uncertain conic optimization problems with binary variables*" telah dipresentasikan pada Indo-MS International Conference on Mathematics and Its Application (IICMA) 2009, Universitas Gadjah Mada Yogyakarta, 13 Oktober 2009.
2. Kajian aplikasi dari model optimisasi mixed integer dengan judul "Karakterisasi Model Optimisasi Perencanaan Taktis Perhutanan yang melibatkan variabel biner telah dipresentasikan pada Seminar Nasional Matematika III, Universitas Negeri Jakarta, 10 Oktober 2009.

LAMPIRAN 3

DOKUMEN PENDUKUNG HASIL PENELITIAN

1. Serifikat D.Chaerani sebagai pembicara pada Seminar Nasional Matematika III, Universitas Negeri Jakarta, 10 Oktober 2009.
2. Undangan sebagai pemakalah a.n Diah Chaerani pada Seminar Nasional Matematika III, Universitas Negeri Jakarta, 10 Oktober 2009.
3. Sertifikat D.Chaerani sebagai Pembicara pada IICMA 2009.
4. Sertifikat D.Chaerani sebagai Peserta pada IICMA 2009.
5. Sertifikat Sudradjat sebagai Peserta pada IICMA 2009.
6. *Acceptance Letter* untuk makalah *A semidefinite approach to solve uncertain conic optimization problem with binary variables* pada IICMA 2009.
7. *Notification Letter* untuk makalah *A semidefinite approach to solve uncertain conic optimization problem with binary variables* sebagai salah satu makalah yang terpilih untuk diterbitkan pada *Proceedings IICMA 2009* dan direkomendasikan untuk diterbitkan pada jurnal internasional.

LAMPIRAN 4

BIODATA PENELITI