APLIKASI TEORI KONTROL DALAM LINIERISASI MODEL PERSAMAAN GERAK SATELIT

Swesti Yunita Purwanti, Asep K. Supriatna, Nursanti Anggriani

Abstrak

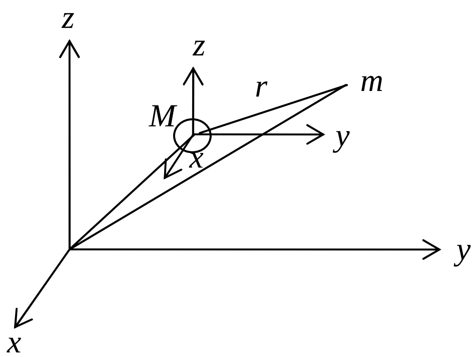
Matematika sangat berperan dalam pengembangan ilmu kontrol. Aplikasi sistem kontrol sebagai penolong dalam pengembangan beberapa bidang matematika. Salah satunya adalah aplikasi teori kontrol pada permasalahan satelit. Pada skripsi ini akan ditunjukkan aplikasi teori kontrol dalam linierisasi model persamaan gerak satelit. Sistem kontrol yang digunakan adalah sistem kontrol linier dan gerakan unit massa satelit pada *inverse square law force field* dipengaruhi oleh suatu pasangan persamaan diferensial orde dua pada jari-jari r dan sudut θ. Selain itu akan dibahas pengertian *controllability* (keterkontrolan) dan *observability* (keterobservasian), sehingga apakah model persamaan gerak satelit dapat dikatakan *controllable* (terkontrol) dan *observable* (terobservasi).

1. Pendahuluan

Gerakan unit massa satelit pada *inverse square law force field*, yaitu bahwa setiap partikel dari bahan di alam semesta menarik setiap partikel lain dengan gaya yang berbanding lurus dengan hasil kali massa-massa partikel dan berbanding terbalik dengan kuadrat jarak di antara partikel-partikel tersebut dipengaruhi oleh suatu pasangan persamaan diferensial orde dua pada jari-jari r dan sudut θ. Persamaan diferensial tersebut adalah persamaan diferensial non linier, oleh karena itu diaplikasikan melalui teori kontrol sedemikian sehingga model persamaan gerak satelit dapat dilinierisasi. Dari hasil linierisasi model dapat dihasilkan suatu matriks konstanta yang berpadanan dengan suatu sistem kontrol linier yang diberikan sehingga model persamaan gerak satelit dapat dikatakan *controllable* dan *observable*.

2. Model Persamaan Gerak Satelit

Perhatikan persamaan gerak masalah dua benda pada gambar 1 di bawah ini.



Gambar 1. Masalah dua benda

Pada (Yusri, 1996), persamaan gerak satelit dapat ditinjau dengan masalah dua benda yang memenuhi persamaan berikut:

$$\ddot{\vec{r}} = -\frac{\mu}{r^2}\hat{r}$$

Di mana:

$$\hat{r} = \frac{\vec{r}}{r} \quad \text{merupakan vektor satuan sepanjang garis } M - m$$

$$\mu = G\left(M + m\right) \cong GM \quad \text{karena } m < M$$

$$\vec{v} = \dot{\vec{r}} = \dot{r}\hat{r} + r\dot{\theta}\hat{\theta} \quad \text{merupakan vektor kecepatan}$$

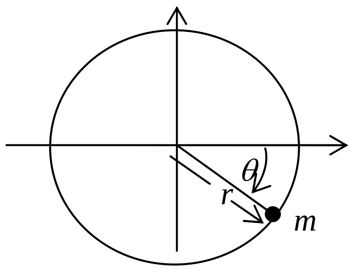
$$\vec{a} = \ddot{\vec{r}} = \left(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2\right)\hat{r} + \left(r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}\right)\hat{\theta} \quad \text{merupakan vektor percepatan}$$

Persamaan gerak satelit tanpa pengaruh gaya gangguan adalah sebagai berikut:

$$\ddot{r} - r\dot{\theta}^2 = -\frac{\mu}{r^2} \qquad (1)$$

$$r\ddot{\theta} + 2r\dot{\theta} = 0 \qquad (2)$$

Perhatikan gambar 2 di bawah ini.



Gambar 2. Masalah pengontrolan titik massa pada *inverse square law force field*

Gerakan unit massa dipengaruhi oleh suatu pasangan persamaan orde dua pada jari-jari *r* dan sudut θ.

Jika $\mu = k$, maka berdasarkan persamaan (1) dan (2) diperoleh:

$$\ddot{r} - r\dot{\theta}^2 = -\frac{\mu}{r^2}$$

$$\ddot{r}\left(t\right) = r\left(t\right)\dot{\theta}^2\left(t\right) - \frac{k}{r^2\left(t\right)}$$

Dan

$$r\ddot{\theta} + 2r\dot{\theta} = 0$$

$$r\ddot{\theta}\left(t\right) = -2r\left(t\right)\dot{\theta}\left(t\right)$$

Jika diasumsikan bahwa unit massa (disebut dengan satelit) mempunyai kemampuan sebagai masukan pada arah radial dengan input u_1 dan masukan pada arah tangensial dengan input u_2, maka diperoleh:

$$\ddot{r}(t) = r(t)\dot{\theta}^2(t) - \frac{k}{r^2(t)} + u_1(t) \quad (3)$$

$$\ddot{\theta}(t) = -\frac{2\dot{\theta}(t)\dot{r}(t)}{r(t)} + \frac{1}{r(t)}u_2(t) \quad (4)$$

Jika $u_1(t) = u_2(t) = 0$ dan $k = \sigma^3\omega^2$, maka persamaan (3) dan (4) mempunyai solusi khusus:

$$r(t) = \sigma \qquad (\sigma \text{ konstan}) \quad (5)$$

$$\theta(t) = \omega t \qquad (\omega \text{ konstan}) \quad (6)$$

Hal ini dapat diperlihatkan sebagai berikut:

$$r(t) = \sigma \qquad \theta(t) = \omega t$$
$$\dot{r}(t) = 0 \qquad \dot{\theta}(t) = \omega$$
$$\ddot{r}(t) = 0 \qquad \ddot{\theta}(t) = 0$$

Subtitusi:

$$r(t) = \sigma \qquad \theta(t) = \omega t$$
$$\dot{r}(t) = 0 \qquad \dot{\theta}(t) = \omega$$

ke persamaan (3) dan (4), dengan $u_1(t) = u_2(t) = 0$ dan $k = \sigma^3\omega^2$

Maka diperoleh:

$$\begin{aligned}\ddot{r}(t) &= r(t)\dot{\theta}^2(t) - \frac{k}{r^2(t)} + u_1(t) \\ &= \sigma\omega^2 - \frac{\sigma^3\omega^2}{\sigma^2} + 0 \\ &= \sigma\omega^2 - \sigma\omega^2 = 0\end{aligned}$$

$\therefore \ddot{r}(t) = 0$

$$\begin{aligned}\ddot{\theta}(t) &= -\frac{2\dot{\theta}(t)\dot{r}(t)}{r(t)} + \frac{1}{r(t)}u_2(t) \\ &= -\frac{2(\omega)(0)}{\sigma} + 0 = 0\end{aligned}$$

$\therefore \ddot{\theta}(t) = 0$

Akibatnya, satelit mengorbit dalam bentuk lingkaran.

3. Linierisasi Model

Misalkan:

$$\begin{aligned} x_1 &= r - \sigma \quad (7) \\ x_2 &= \dot{r} \\ x_3 &= \sigma(\theta - \omega t) \\ x_4 &= \sigma(\dot{\theta} - \omega) \\ \sigma &= 1 \end{aligned}$$

Maka diperoleh: $\dot{x}_1 = \dot{r}$

$$
\begin{aligned}
\dot{x}_2 &= \ddot{r} = 0 \\
&= 3\omega^2(\sigma - \sigma) + 2\omega\sigma(\omega - \omega) + u_1(t) \\
&= 3\omega^2(r - \sigma) + 2\omega\sigma(\dot{\theta} - \omega) + u_1(t) \\
\dot{x}_3 &= \sigma(\dot{\theta} - \omega) \\
\dot{x}_4 &= \sigma\ddot{\theta}
\end{aligned}
\tag{8}
$$

Substitusi persamaan (4) ke persamaan (8), diperoleh:

$$
\begin{aligned}
\dot{x}_4 &= \sigma\left(\frac{-2\dot{\theta}\dot{r} + u_2}{r}\right) \\
&= \frac{-2\sigma\dot{\theta}\dot{r} + \sigma u_2}{r} = \frac{-2\sigma\omega\dot{r} + \sigma u_2}{\sigma} = -2\omega\dot{r} + u_2
\end{aligned}
$$

Sehingga dapat ditulis:

$$
\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \dot{x}_3(t) \\ \dot{x}_4(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{r} \\ 3\omega^2(r-\sigma) + 2\omega\sigma(\dot{\theta} - \omega) + u_1 \\ \sigma(\dot{\theta} - \omega) \\ -2\dot{r}\omega + u_2 \end{bmatrix}
$$

$$
\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \dot{x}_3(t) \\ \dot{x}_4(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 3\omega^2 & 0 & 0 & 2\omega \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -2\omega & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r-\sigma \\ \dot{r} \\ \sigma(\theta - \omega t) \\ \sigma(\dot{\theta} - \omega) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ u_1(t) \\ 0 \\ u_2(t) \end{bmatrix}
$$

$$
\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \dot{x}_3(t) \\ \dot{x}_4(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 3\omega^2 & 0 & 0 & 2\omega \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -2\omega & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \\ x_4(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ u_1(t) \\ 0 \\ u_2(t) \end{bmatrix}
$$

Maka dapat diperlihatkan bahwa persamaan (3) dan (4) yang dilinierisasi di sekitar solusi pada persamaan (5) dan (6) adalah:

$$
\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \dot{x}_3(t) \\ \dot{x}_4(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 3\omega^2 & 0 & 0 & 2\omega \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -2\omega & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \\ x_4(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{bmatrix}
$$

Pandang suatu sistem kontrol linier berikut:

$$
\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}(t)\mathbf{u}(t)
$$

Sehingga dapat disimpulkan bahwa:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 3\omega^2 & 0 & 0 & 2\omega \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -2\omega & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{dan} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

4. *Controllability* (keterkontrolan) dan *observability* (keterobservasian)

Definisi 1 Sistem kontrol linier berdimensi-n yang berbentuk:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}(t)\mathbf{u}(t)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}(t)\mathbf{x}(t)$$

dikatakan *controllable* atau terkontrol jika matriks $\left[\mathbf{B}, \mathbf{AB}, \cdots, \mathbf{A}^{n-1}\mathbf{B}\right]$ mempunyai rank n(Roger W. Brockett, 1970:80).

Definisi 2 Sistem kontrol linier berdimensi-n yang berbentuk:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}(t)\mathbf{u}(t)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}(t)\mathbf{x}(t)$$

dikatakan *observable* atau terobservasi jika matriks $\left[\mathbf{C}; \mathbf{CA}; ...; \mathbf{CA}^{n-1}\right]$ mempunyai rank n(Roger W. Brockett, 1970:90).

4.1 Keterkontrolan Pada Model Persamaan Gerak Satelit

Pandang suatu sistem kontrol linier berikut:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}(t)\mathbf{u}(t)$$

Pada permasalahan satelit, diketahui bahwa:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 3\omega^2 & 0 & 0 & 2\omega \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -2\omega & 0 & 0 \end{bmatrix}; \qquad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Maka diperoleh:

$$\mathbf{AB} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2\omega \\ 0 & 1 \\ -2\omega & 0 \end{bmatrix}; \qquad \mathbf{A}^2 = \begin{bmatrix} 3\omega^2 & 0 & 0 & 2\omega \\ 0 & -\omega^2 & 0 & 0 \\ 0 & -2\omega & 0 & 0 \\ -6\omega^3 & 0 & 0 & -4\omega^2 \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{A}^2\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & 2\omega \\ -\omega^2 & 0 \\ -2\omega & 0 \\ 0 & -4\omega^2 \end{bmatrix}; \qquad \mathbf{A}^3 = \begin{bmatrix} 0 & -\omega^2 & 0 & 0 \\ -3\omega^4 & 0 & 0 & -2\omega^3 \\ -6\omega^3 & 0 & 0 & -4\omega^2 \\ 0 & 2\omega^3 & 0 & 0 \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{A}^3\mathbf{B} = \begin{bmatrix} -\omega^2 & 0 \\ 0 & -2\omega^3 \\ 0 & -4\omega^2 \\ 2\omega^3 & 0 \end{bmatrix}$$

Maka:

$$\left[\mathbf{B}, \mathbf{AB}, \mathbf{A}^2\mathbf{B}, \mathbf{A}^3\mathbf{B}\right] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 2\omega & -\omega^2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 2\omega & -\omega^2 & 0 & 0 & -2\omega^3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -2\omega & 0 & 0 & -4\omega^2 \\ 0 & 1 & -2\omega & 0 & 0 & -4\omega^2 & 2\omega^3 & 0 \end{bmatrix}$$

Matriks $\left[\mathbf{B}, \mathbf{AB}, \mathbf{A}^2\mathbf{B}, \mathbf{A}^3\mathbf{B}\right]$ mempunyai rank 4 sehingga sistem persamaan gerak satelit dikatakan *controllable* (terkontrol).

Akan dibuktikan bahwa sistem persamaan gerak satelit dikatakan terkontrol, jika salah satu input tidak operatif ($u_1 = 0$ atau $u_2 = 0$).

Bukti:

Jika $u_2 = 0$ (u_2 tidak operatif), mengakibatkan **B** menjadi $\mathbf{B}_1 = [0,1,0,0]^T$**,** maka:

$$\left[\mathbf{B}_1, \mathbf{AB}_1, \mathbf{A}^2\mathbf{B}_1, \mathbf{A}^2\mathbf{B}_1\right] = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & -\omega^2 \\ 1 & 0 & -\omega^2 & 0 \\ 0 & 0 & -2\omega & 0 \\ 0 & -2\omega & 0 & 2\omega^3 \end{bmatrix} \text{ mempunyai rank 3.}$$

Jika $u_1 = 0$ (u_1 tidak operatif), mengakibatkan **B** menjadi $\mathbf{B}_2 = [0,0,0,1]^T$**,** maka:

$$\left[\mathbf{B}_2, \mathbf{AB}_2, \mathbf{A}^2\mathbf{B}_2, \mathbf{A}^3\mathbf{B}_2\right] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2\omega & 0 \\ 0 & 2\omega & 0 & -2\omega^3 \\ 0 & 1 & 0 & -4\omega^2 \\ 1 & 0 & -4\omega^2 & 0 \end{bmatrix} \text{mempunyai rank 4.}$$

Karena u_1 radial, u_2 tangensial, dan jika suatu input radial tidak operatif maka sistem dikatakan terkontrol. Sebaliknya, jika suatu input tangensial tidak operatif maka sistem dikatakan tidak terkontrol.

4.2 Keterobservasian pada model persamaan gerak satelit

Andaikan bahwa jarak antara pusat force field dan sudut dapat diukur, sehingga $x_1 = r - \sigma$ dan $x_3 = \sigma(\theta - \omega t)$ dapat diukur. Dengan y_1 sebagai pengukuran jarak dan y_2 sebagai pengukuran sudut.

Maka diperoleh:

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}$$

Pandang suatu sistem kontrol linier berikut:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}(t)\mathbf{u}(t)$$

$$\mathbf{y}(t)=\mathbf{C}(t)\mathbf{x}(t)+\mathbf{D}(t)\mathbf{u}(t)$$

Diketahui bahwa:

$$\mathbf{A}=\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 3\omega^2 & 0 & 0 & 2\omega \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -2\omega & 0 & 0 \end{bmatrix}; \qquad \mathbf{C}=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Maka diperoleh:

$$\mathbf{CA}=\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \qquad \mathbf{A}^2=\begin{bmatrix} 3\omega^2 & 0 & 0 & 2\omega \\ 0 & -\omega^2 & 0 & 0 \\ 0 & -2\omega & 0 & 0 \\ -6\omega^3 & 0 & 0 & -4\omega^2 \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{CA}^2=\begin{bmatrix} -3\omega^2 & 0 & 0 & 2\omega \\ 0 & -2\omega & 0 & 0 \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{A}^3=\begin{bmatrix} 0 & -\omega^2 & 0 & 0 \\ -3\omega^4 & 0 & 0 & -2\omega^3 \\ -6\omega^3 & 0 & 0 & -4\omega^2 \\ 0 & 2\omega^3 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \qquad \mathbf{CA}^3=\begin{bmatrix} 0 & -\omega^2 & 0 & 0 \\ -6\omega^3 & 0 & 0 & -4\omega^2 \end{bmatrix}$$

Dengan y_1 sebagai pengukuran radial dan y_2 sebagai pengukuran sudut, maka matriks:

$$\left[\mathbf{C};\mathbf{CA};\mathbf{CA}^2;\mathbf{CA}^3\right]=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 3\omega^2 & 0 & 0 & 2\omega \\ 0 & -2\omega & 0 & 0 \\ 0 & -\omega^2 & 0 & 0 \\ -6\omega^3 & 0 & 0 & -4\omega^2 \end{bmatrix}$$

mempunyai rank 4, maka sistem dikatakan *observable* (terobservasi). Untuk meminimumkan pengukuran maka y_2 tidak diukur, sehingga $\mathbf{C}_1=[1,0,0,0]$, maka diperoleh:

$$\left[\mathbf{C}_1;\mathbf{C}_1\mathbf{A};\mathbf{C}_1\mathbf{A}^2;\mathbf{C}_1\mathbf{A}^3\right]=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 3\omega^2 & 0 & 0 & 2\omega \\ 0 & -\omega^2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

matriks $\left[\mathbf{C}_1;\mathbf{C}_1\mathbf{A};\mathbf{C}_1\mathbf{A}^2;\mathbf{C}_1\mathbf{A}^3\right]$ mempunyai rank 3.

Jika y_1 tidak diukur maka $\mathbf{C}_2=(0,0,1,0)$, maka diperoleh:

$$\left[\mathbf{C}_2;\mathbf{C}_2\mathbf{A};\mathbf{C}_2\mathbf{A}^2;\mathbf{C}_2\mathbf{A}^3\right]=\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -2\omega & 0 & 0 \\ -6\omega^3 & 0 & 0 & -4\omega^2 \end{bmatrix}$$

matriks $\left[\mathbf{C}_2;\mathbf{C}_2\mathbf{A};\mathbf{C}_2\mathbf{A}^2;\mathbf{C}_2\mathbf{A}^3\right]$ mempunyai rank 4.

Dapat disimpulkan bahwa apabila pengukuran sudut tidak diukur maka sistem persamaan gerak satelit tidak *observable*, sebaliknya apabila pengukuran radial tidak diukur maka sistem persamaan gerak satelit dikatakan *observable*.

5. Kesimpulan

1. Model persamaan gerak satelit dipengaruhi oleh suatu pasangan persamaan diferensial orde dua:

$$\ddot{r}(t)=r(t)\dot{\theta}^2(t)-\frac{k}{r^2(t)^{-}}+u_1(t)$$

$$\ddot{\theta}(t)=-\frac{2\dot{\theta}(t)\dot{r}(t)}{r(t)}+\frac{1}{r(t)}u_2(t)$$

   persamaan diferensial tersebut adalah persamaan diferensial non linier, melalui teori kontrol model persamaan gerak satelit dapat dilinierisasi. Dari hasil linierisasi model dapat dihasilkan suatu matriks konstanta yang berpadanan dengan suatu sistem kontrol linier yang diberikan. Matriks-matriks tersebut digunakan untuk *controllability* (keterkontrolan) dan *observability* (keterobservasian) pada model persamaan gerak satelit. Sehingga model persamaan gerak satelit dikatakan *controllable* (terkontrol) dan *observable* (terobservasi).
2. Model persamaan gerak satelit dikatakan terkontrol karena matriks $\left[\mathbf{B},\mathbf{AB},\mathbf{A}^2\mathbf{B},\mathbf{A}^3\mathbf{B}\right]$ mempunyai rank 4. Untuk matriks **A** dan **B** yang diberikan.
3. Model persamaan gerak satelit dikatakan terobservasi karena matriks $\left[\mathbf{C};\mathbf{CA};\mathbf{CA}^2;\mathbf{CA}^3\right]$ mempunyai rank 4. Untuk matriks **A** dan **C** yang diberikan.

6. Daftar Pustaka

Anton, H. & Rorres, C. 2004. *Aljabar Linear Elementer*. Jakarta: Erlangga.

Arifin, Z. 1983. Metoda Transformasi Laplace. *Kappa Majalah Ilmiah Populer* (hlm.120-136).Surabaya : FMIPA ITS SURABAYA.

Brockett, R.W. 1970. *Finite Dimensional Linear Systems*. New York:John Wiley and Sons, Inc.

Masten, M.K. & Coburn, B. (Eds.). 1995. *Modern Control Systems*. New York: The Institute of Electrical and Electronics Engineers, Inc.

Ogata. K. 1997. *Modern Control Engineering*. (3rd ed.). New York: Prentice Hall.

Yusri, E.E. 1996. *Analisis Perubahan Setengah Sumbu Panjang dan Eksentrisitas Orbit Satelit Rendah Akibat Gaya Hambatan Atmosfer Bumi*. Skripsi tidak diterbitkan. Bandung: Program Sarjana ITB BANDUNG.