

# PERBANDINGAN AKURASI PENAKSIRAN PARAMETER PEMBEDA PADA MODEL ARFIMA MELALUI METODE REGRESI SPEKTRAL

<sup>(1)</sup>Gumgum Darmawan, <sup>(2)</sup>Nur Iriawan, <sup>(2)</sup>Suhartono

(1)Mahasiswa Paska Sarjana ITS :

gumstat\_1973@ yahoo.com, gumstat@statistika.its.ac.id

(2) Staf Pengajar Jurusan Statistika ITS :

## ABSTRAK

Penaksiran parameter pembeda ( $d$ ) model ARFIMA( $p,d,q$ ) melalui metode regresi spektral pertama kali diusulkan oleh Geweke dan Porter-Hudak (1983). Fungsi densitas spektral dari model ARFIMA( $p,d,q$ ) dibentuk menjadi persamaan regresi linier dan menaksir parameter  $d$  melalui metode OLS (*Ordinary Least Square*). Metode ini banyak menarik perhatian para peneliti karena mampu mengatasi kesulitan dalam menurunkan fungsi autokovarian dari model ARFIMA( $p,d,q$ ) yang merupakan fungsi hipergeometrik. Kemudian penaksiran melalui metode regresi dapat dilakukan secara simultan dengan mendapatkan taksiran  $d$  tanpa mengetahui parameter  $p$  dan  $q$ . Metode ini kemudian dimodifikasi oleh Reisen (1994) dengan variabel tidak bebasnya menjadi bentuk periodogram yang diperhalus melalui penggunaan *window* Parzen, kemudian Robinson (1995) menambahkan *Trimming*  $l$  pada variabel tidak bebasnya. Hurvich dan Ray (1995) dan Velasco (1999a) menambahkan *taper Cosine-Bell* pada periodogram, kemudian Velasco (1999b) mengganti variabel bebas menjadi  $j$  yaitu indeks frekuensi dari periodogram. Pada penelitian ini akan dibandingkan secara simulasi keakuratan kelima metode ini jika terdapat pencilan.

Kata Kunci : ARFIMA, *Ordinary Least Square*, *Pencilan*, Periodogram, Statistik Hurt

## 1. Pendahuluan

Data deret waktu yang mempunyai sifat ketergantungan jangka panjang (*Long Memory*) terjadi jika antara pengamatan yang terpisah jauh masih mempunyai korelasi yang tinggi. Sifat dari data deret waktu seperti ini mempunyai fungsi autokorelasi  $\rho_k$  untuk lag ke- $k$ , turun secara hiperbolik. Sedangkan deret waktu ketergantungan jangka pendek (*Short Memory*) mempunyai fungsi korelasi  $\rho_k$  yang turun secara cepat atau turun secara eksponensial. Model data deret waktu ketergantungan jangka panjang sering disebut dengan Model ARFIMA (*Autoregressive Fractionally Integrated Moving Average*) dengan parameter pembeda bersifat riil, ini berbeda dengan model ARIMA yang mempunyai parameter pembeda berupa bilangan bulat.

Penelitian mengenai model ARFIMA pertama kali dikembangkan oleh Granger dan Joyeux (1980) yang merupakan pengembangan dari model ARIMA. Hosking (1981) mengkaji sifat-sifat *long memory* dari model ARFIMA stasioner dan nonstasioner.

Pemodelan ARFIMA tidak terlepas dari penaksiran parameter pembedanya. Sowell (1992) mengembangkan penaksiran parameter pembeda melalui Metode *Exact Maximum Likelihood*, Beran (1995) mengembangkan sebuah pendekatan *Maximum Likelihood* dari parameter pembeda melalui metode *Nonlinear Least Square* (NLS), akan tetapi apabila menggunakan metode *Maximum Likelihood* akan ditemui kendala dalam menurunkan fungsi Autokovarian dari model ARFIMA. Kelemahan ini mengakibatkan para peneliti mencoba melakukan penaksiran parameter melalui metode regresi spektral.

Penaksiran parameter melalui metode regresi spektral pertama kali dikembangkan oleh Geweke dan Porter-Hudak (1983) yang disingkat dengan GPH, dengan menggunakan Periodogram sebagai variabel tak bebasnya, kemudian metode kedua diusulkan oleh Reisen (1994), melakukan pemulusan periodogram dari metode GPH dengan menggunakan window parzen, yang dikenal dengan nama SPR (*Smoothed Periodogram Regression*). Pada tahun 1995, Robinson mengusulkan metode ketiga dengan melakukan *Trimming l*, yang dikenal dengan GPHtr (Geweke and Porter-Hudak *trimming*), metode GPHtr meregresikan  $\log \{I(\omega_j)\}$  terhadap  $\log \{2 \sin(\omega_j / 2)\}^2$ , dengan  $j \in \{l, l+1, l+2, \dots, m\}$

Metode keempat dikenal dengan nama metode *Cosine-Bell Tapered Data* yang dinotasikan dengan GPHTa (Geweke and Porter-Hudak *tapering*) dikembangkan oleh Hurvich dan Ray (1995) dan Velasco (1999a) yang memodifikasi periodogram dengan fungsi *Cosine-Bell*. Metode kelima dikembangkan oleh Velasco (1999b), yaitu memodifikasi bentuk GPH dengan mengganti  $2 \sin(\omega_j / 2)$  dengan  $j$ , metode ini dikenal dengan nama MGPH (*Modified Geweke and Porter-Hudak*).

Perkembangan metode penaksiran melalui regresi spektral dari parameter pembeda model ARFIMA telah banyak dikaji seperti Lopes, Olberman and Reisen (2004) yang melakukan perbandingan melalui kajian simulasi dari data yang mengikuti model ARFIMA tidak stasioner dan mengaplikasikannya untuk data tingkat suku bunga jangka pendek di Inggris. Pada hasil simulasi untuk model ARFIMA nonstasioner, metode GPHTa menunjukkan akurasi terbaik dibandingkan metode regresi spektral yang lain. Lopes and Nunes (2006) membandingkan akurasi penaksiran parameter pembeda ( $d$ ) antara kelima metode di atas dari model ARFIMA(0, $d$ ,0) berdasarkan interval kepercayaan dari nilai  $d$  dan mengaplikasikannya pada data DNA. Dari hasil simulasi diperoleh metode yang paling akurat dalam menaksir parameter  $d$  dari model ARFIMA(0, $d$ ,0) adalah Metode GPH dan GPHTr.

Pada makalah ini akan dibandingkan metode penaksiran parameter pembeda( $d$ ) dari model ARFIMA(0, $d$ ,0) melalui regresi spektral berdasarkan akurasi penaksiran parameter pembeda ( $d$ ) jika adanya pencilan (*pencilan*) dan tidak terdapat pencilan secara simulasi.

## 2. Model ARFIMA

Suatu deret  $\{Z_t\}$  dikatakan mengikuti model *Autoregressive Integrated Moving Average* jika pembedaan ke- $d$  yakni  $W_t = \nabla_t^d Z_t$  adalah proses ARMA stasioner. Jika  $W_t$  adalah ARMA ( $p, q$ ), maka  $Z_t$  adalah ARIMA ( $p, d, q$ ). Dalam praktek nilai  $d$  yang digunakan pada umumnya bernilai 1 atau paling banyak 3 (Wei, 1994).

Adapun proses ARFIMA dapat memodelkan ketergantungan jangka pendek dan jangka panjang. Pengamatan-pengamatan yang dihasilkan oleh struktur ARMA menunjukkan ketergantungan jangka pendek, sedangkan parameter pembedaan pecahan  $d$  yang turun secara hiperbolik menunjukkan ketergantungan jangka panjang.

Model ARFIMA ( $p, d, q$ ) yang dikembangkan Granger dan Joyeux (1980) ditulis sebagai :

$$\phi(B)(1-B)^d(Z_t - \mu) = \theta(B)a_t, \quad (1)$$

dengan :

$t =$  indeks dari pengamatan ( $t = 1, 2, \dots, T$ ),

$d =$  parameter pembeda (bilangan cacah),

$\mu =$  rata-rata dari pengamatan ,

$a_t \sim \text{NID}(0, \sigma_a^2)$ ,

$\phi(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p$  adalah polinomial AR( $p$ ),

$\theta(B) = 1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q$  adalah polinomial MA( $q$ ),

$(1-B)^d = \prod_{k=0}^{\infty} \binom{d+k-1}{k} B^k$  Operator differencing fraksional.

### 3. Pemodelan ARFIMA

Pemodelan ARFIMA melalui metode Box-Jenkins dilakukan dalam beberapa tahap yaitu identifikasi, estimasi, verifikasi (*Diagnostic Check*) dan peramalan. Walaupun metode yang digunakan mempunyai tahapan yang sama dengan model ARIMA akan tetapi tiap tahapannya mempunyai perbedaan tersendiri.

#### 3.1 Identifikasi Model ARFIMA

Dalam mengidentifikasi model ARFIMA agak berbeda dengan model ARIMA, yaitu dalam penaksiran parameter Eksponensial Hurl ( $H$ ) melalui statistik  $R/S$  yang merupakan ukuran klasifikasi data deret waktu. Langkah-langkah identifikasi dalam model ARFIMA sebagai berikut :

a) Membuat plot data deret waktu dan pilih transformasi yang sesuai untuk menstabilkan varian, jika data tidak stasioner dalam varian.

b) Menaksir nilai  $d$  (parameter pembeda) dengan langkah sebagai berikut :

b.1 Menentukan rata-rata, *Adjusted mean* dan simpangan baku dari data deret waktu dengan persamaan sebagai berikut :

$$\bar{Z} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T Z_t$$

$$Z_t^{adj} = Z_t - \bar{Z}$$

$$S_t = \sqrt{\frac{1}{t} \sum_{i=1}^t (Z_i - \bar{Z})^2}$$

Masing-masing dengan  $t = 1, 2, \dots, T$

b.2 Menentukan Deviasi Kumulatif dan rentang dari deviasi kumulatifnya.

$$Z_t^* = \sum_{i=1}^t Z_i^{adj}, \text{ dengan } t = 1, 2, \dots, T$$

$$R_t = \text{Max}(Z_1^*, Z_2^*, \dots, Z_t^*) - \text{Min}(Z_1^*, Z_2^*, \dots, Z_t^*) \text{ dengan } t = 1, 2, \dots, T$$

b.3 Menentukan Nilai Eksponensial Hurl ( $H$ ) melalui statistik  $R/S$  dari data deret waktu.

$$(R/S)_t = c^H \quad t = 1, 2, \dots, T$$

Dengan  
 $c =$  suatu konstanta  
 $H =$  Eksponensial Hurst

Untuk menentukan nilai  $H$  dilakukan dengan melogaritmakan statistik  $(R/S)_t$  dan menaksir nilai  $H$  melalui metode *Ordinary Least Square (OLS)*, (Hurt, 1951).

Jika  $H = 0,5$  menunjukkan data deret waktu bersifat acak

$0 < H < 0,5$  menunjukkan gejala *Short Memory*

$0 < H < 1$  menunjukkan gejala *Long Memory*

Dari nilai  $H$  dapat diperoleh nilai  $d$  melalui persamaan Hurst sebagai berikut  $d = H - 1/2$ .

### 3.2 Penaksiran Parameter Pembeda Model ARFIMA

Berbeda dengan model ARIMA, penaksiran parameter pada model ARFIMA dilakukan dua tahap yaitu penaksiran parameter pembeda ( $d$ ) dan penaksiran parameter  $\phi$  serta  $\theta$ .

Penaksiran parameter model ARFIMA melalui metode regresi spektral untuk parameter pembeda ( $d$ ) pertama kali diusulkan oleh Geweke dan Porter-Hudak tahun 1983, pertama membentuk fungsi densitas spektral menjadi persamaan regresi linier dan menaksir parameter  $d$  melalui metode *Ordinary Least Square (OLS)*.

Geweke dan Porter-Hudak (1983) mendapatkan taksiran parameter  $d$  dari model ARFIMA ( $p, d, q$ ) sebagai berikut.

a.1 Menentukan model spektral ARFIMA( $p, d, q$ ).

$f_z(\omega) = f_w(\omega) \{2 \sin(\omega/2)\}^{-2d}$  dengan  $f_w(\omega)$  merupakan fungsi densitas proses ARMA( $p, q$ ). Sehingga

$$f_z(\omega) = \frac{\sigma_a^2}{2\pi} \left| \frac{\theta_q(\exp(-i\omega))}{\phi_p(\exp(-i\omega))} \right|^2 \left\{ \left( \frac{2 \sin(\omega/2)}{2} \right)^{-2d} \right\}, \quad (\omega) \in \dots \quad (2)$$

Dari model diatas  $f_z(\omega) \rightarrow \infty$  jika  $\omega \rightarrow 0$ , untuk sampel berukuran  $t$  dan  $\omega_j = 2\pi j/T, (j = 1, 2, \dots, T/2)$  adalah sebuah himpunan frekuensi harmonik.

a.2 Menentukan bentuk logaritma natural dari model ARFIMA( $p, d, q$ ).

$$\ln \{ f_z(\omega_j) \} = d \ln \left| \frac{2 \sin(\omega_j/2)}{2} \right|^{-2} + \ln \left\{ \frac{f_w(\omega_j)}{f_w(0)} \right\} \quad (3)$$

Dengan mengganti  $\omega_j = 2\pi j/T, j = 1, 2, \dots, [T/2]$

a.3 Menambahkan bentuk logaritma natural dari periodogram  $\{I_z\}$  ( $\ln I_z(\omega)$ ), pada kedua sisi persamaan (3) diperoleh ;

$$\ln \{ I_z(\omega_j) \} = \ln \{ f_w(0) \} - d \ln \left| 1 - \exp(-i\omega_j) \right|^2 + \ln \left\{ \frac{f_w(\omega_j)}{f_w(0)} \right\} + \ln \left\{ \frac{I_z(\omega_j)}{f_z(\omega_j)} \right\} \quad (4)$$

Untuk  $\omega_j$  mendekati nol, karena  $j = 1, 2, \dots, m \ll T/2$  sehingga  $m/T \rightarrow 0, T \rightarrow \infty$ , maka  $\ln \{ f_w(\omega_j) / f_w(0) \} \approx 0$ .

a.4 Menentukan bentuk Periodogram Dari persamaan (4).

Dari kelima metode penaksiran yang akan dibandingkan pada dasarnya mempunyai bentuk periodogram yang berbeda seperti metode GPH mempunyai bentuk Periodogram

$$I_Z(\omega) = \frac{1}{2\pi} \left\{ \gamma_j + \sum_{i=1}^{T-1} 2 \gamma(\cos) \right\} \omega, \quad (\omega \in) \quad (5)$$

Dengan  $g(T) = T^\alpha$ , Geweke dan Porter-Hudak menyarankan nilai  $\alpha$  optimal 0,5. Bentuk periodogram ini digunakan oleh Robinson (1995), dengan mengganti indeks dari frekuensi  $j \in \{1, 1+1, \dots, \frac{T}{2}\}$ , Robinson (1995) menyarankan nilai  $l$  optimal bernilai 2.

Sedangkan Penaksiran SPR mempunyai bentuk fungsi periodogram sebagai berikut

$$I_Z(\omega) = \frac{1}{2\pi} \left\{ \gamma \lambda_j + \sum_{i=1}^{g(T)} 2 \lambda_j \gamma(\cos) \right\} \omega \quad (\omega \in) \quad (6)$$

Dengan  $\lambda_j$  merupakan bobot dari fungsi autokovarian yang dikenal dengan nama *lag window*.

$$\lambda_j = \begin{cases} 1 - 6(j/g(T))^2 + 6(j/g(T))^3 & 0 \leq j \leq \frac{g(T)}{2} \\ 2 \left( 1 - \frac{j}{g(T)} \right)^3 & \frac{g(T)}{2} \leq j \leq g(T) \end{cases}$$

Hurvich dan Ray (1995) dan Vecsko (1999a) menyarankan bentuk periodogram sebagai berikut :

$$I_Z(\omega) = \frac{1}{2\pi \sum_{t=0}^{T-1} (g(t))^2} \left| \sum_{t=0}^{T-1} (g(t)) \exp(i\omega t) \right|^2 \quad (7)$$

dengan

$$g(t) = \frac{1}{2} \left[ 1 - \cos\left(\frac{2\pi(t+0.5)}{n}\right) \right]$$

Sedangkan medoda MGPH menyarankan bentuk periodogram yang sama dengan metode GPH dengan menggantikan  $2 \sin(\omega_j / 2)$  menjadi  $j$  sebagai variabel bebasnya..

a.5 Menaksir Parameter  $d$  (pembeda)

Menurut Geweke dan Porter-Hudak persamaan (4) dapat didekati oleh persamaan regresi linier sebagai berikut ;

$$Y_j = c + dX_j + e_j, \quad j = 1, 2, \dots, m$$

Sehingga parameter  $d$  dapat ditaksir melalui metode *Least Square*.

$$\hat{d}_{GPH} = - \frac{\sum_{j=1}^{g(T)} (x_j - \bar{x})(y_j - \bar{y})}{\sum_{j=1}^{g(T)} (x_j - \bar{x})^2}, \quad g(T) = T^\alpha, 0 < \alpha < 1 \quad (8)$$

Dengan

$$Y_j = \ln I(\omega), \quad c = \ln(f(\omega)), \quad X_j = \ln \left( \frac{1}{n} \exp\left(-\frac{2}{i} \omega\right) \right)$$

$$\bar{X} = \left( \frac{1}{g(T)} \sum_{j=1}^{g(T)} X_j \right)^2 = \left( \frac{\omega_i}{2 \sin} \right)^2$$

### 3.5 Peramalan Model ARFIMA

Peramalan pada model ARFIMA pada dasarnya sama dengan model ARIMA, pada persamaan (1) dapat dibentuk menjadi persamaan

$$(1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p) (1 - I)^d (Z^2 = \theta_1 I - \theta_2 B - \dots - \theta_q B^{-q}) Z = \theta$$

$$Z_t - \phi_1 Z_{t-1} - \phi_2 Z_{t-2} - \dots - \phi_p Z_{t-p} = \frac{(1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^{-q}) \theta}{(1 - B)^d}$$

Dengan memperkalikan tiap suku maka persamaannya menjadi

$$Z_t = \phi_1 Z_{t-1} + \phi_2 Z_{t-2} + \dots + \phi_p Z_{t-p} + Z \frac{a_1^2}{fd(t)} - \frac{\hat{\theta}_1 a}{fd(t-1)} - \frac{\theta_q a_q^2}{fd(t-q)} \quad (15)$$

Dengan

$$fd(t) = \left( \sum_{k=0}^{\infty} \lambda_k ( ) \right) a_{t-k} B$$

$$fd(t-1) = \left( \sum_{k=0}^{\infty} \lambda_k ( ) \right) a_{t-1-k} B$$

$$\vdots$$

$$fd(t-q) = \left( \sum_{k=0}^{\infty} \lambda_k ( ) \right) a_{t-q-k} B$$

Taksiran  $h$  langkah kedepan diperoleh dengan mengganti indek  $t$  menjadi  $T+h$

$$\hat{Z}_{T+h} = \hat{\phi}_1 \hat{Z}_{T+h-1} + \hat{\phi}_2 \hat{Z}_{T+h-2} + \dots + \hat{\phi}_p \hat{Z}_{T+h-p} + Z \frac{a_{T+h}^2}{fd(T+h)} - \frac{\hat{\theta}_q a_{T+h-q}^2}{fd(T+h-q)} \quad (16)$$

Nilai  $a_{T+h} = 0$  untuk peramalan  $Z_{T+h}$

### 4. Pencilan Pada Data Deret Waktu

Menurut Barnett dan Lewis (1994), pencilan adalah sebuah atau suatu sub-gugus pengamatan yang tidak konsisten dengan pengamatan-pengamatan yang lain dalam sebuah gugus data. Suatu proses stasioner, misalkan  $Z_t$  merupakan data deret waktu, sedangkan  $X_t$  merupakan deret pencilan yang diasumsikan mengikuti model ARFIMA  $(p,d,q)$  seperti pada persamaan (1).

Pencilan aditif atau yang dikenal dengan pencilan model AO didefinisikan sebagai :

$$Z_t = \begin{cases} X_t & t = T \\ X_t + \omega_{Ao} & t \neq T \end{cases}$$

$$= X_t + \omega_{Ao} I^{(T)}$$

$$= \frac{\theta(B)}{\phi(B)} (1 - B)^d \theta_{Ao} I^{(T)} \quad (17)$$

Dengan

$$I_t^{(T)} = \begin{cases} 1 & t = T \\ 0 & t \neq T \end{cases}$$

$I_t^{(T)}$  merupakan peubah indikator yang mengindikasikan keberadaan pencilan pada waktu  $T$ .

$$AO : e_t = \omega_{AO} \pi^{(T)} B_t^{(T)} +$$

Penduga bagi  $\omega_{AO}$  untuk tipe  $AO(\hat{\omega}_{AT})$  adalah

$$\begin{aligned} \hat{\omega}_{AT} &= \frac{e_t - \sum_{j=1}^{n-1} \pi_j e_{t+j}}{\sum_{j=0}^{n-T} \pi_j^2} \\ &= \frac{\pi^*(F)e_t}{\tau^2} \end{aligned}$$

Dengan  $\pi^*(F) = (1 - \pi_1 F - \pi_2 F^2 - \dots - \pi_{n-1} F^{n-1})$ ,  $F$  merupakan *Forward Shift*

*operator* sehingga  $F e_t = e_{t+1}$  dan  $\tau^2 = \sum_{j=0}^{n-1} \pi_j^2$  penduga bagi  $\omega$  untuk tipe h

Statistik uji untuk tipe AO adalah :

$$AO : \lambda_{1,T} = \hat{\omega}_{AT} / \sigma$$

$T$  menyatakan waktu ketika nilai maksimum terjadi. Jika  $\hat{\lambda}_T = \left| \frac{\hat{\lambda}_T}{T} \right| > C$  dengan  $C$  suatu konstanta positif biasanya bernilai antar 3 dan 4, maka ini merupakan sebuah pencilan AO pada waktu  $t$  dengan efeknya ditaksir oleh  $\hat{\omega}_{AT}$ .

## 5. Metodologi Penelitian

### 5.2 Metode Penelitian

#### 5.2.1 Pembangkitkan Data

Untuk melihat variasi data hasil bangkitan dari setiap model dibangkitkan sebanyak  $T = 300, 1000$  sebanyak 1000 kali. Dengan masing-masing  $a_t$  mengikuti distribusi Normal dengan rata-rata nol dan varian 1. Parameter  $\theta$  dan  $\phi$  bernilai masing-masing 0,5.

- Bangkitkan data ARFIMA(0,d,1) dan ARFIMA(1d,0) dengan  $d = 0,2; 0,4$ .
- Bangkitkan data ARFIMA(0,d,1) dan ARFIMA(1d,0) dengan  $d = 0,2; 0,4$  dan ditambahkan pencilan sebanyak dan 5.

#### 5.2.2 Penaksiran parameter pembeda (d)

Penaksiran parameter untuk semua data yang dibangkitkan pada bagian 5.2.1 merujuk pada prosedur yang diterangkan pada bagian 3.2.a, dengan penaksiran dilakukan melalui metode *Ordinary Least Square*.

- Menentukan taksiran parameter  $d$  melalui metode Geweke dan Porter-Hudak dari data yang dibangkitkan pada bagian 5.2.1, taksiran  $d$  diperoleh dari persamaan (8) dengan menggunakan bentuk periodogram pada persamaan (5).
- Mentukan taksiran parameter  $d$  melalui metode SPR untuk setiap data yang dibangkitkan pada bagian 5.2.1. Taksiran  $d$  diperoleh dari persamaan (8) dengan bentuk periodogram seperti pada persamaan (6).

- c. Menentukan taksiran parameter  $d$  melalui metode *GPHtr* untuk setiap data yang dibangkitkan pada bagian 5.2.1.  
Taksiran  $d$  diperoleh dari persamaan 8) dengan bentuk periodogram pada persamaan (5) dan nilai  $j$  mulai dari 2.
- d. Menentukan taksiran parameter  $d$  melalui metode *GPHta* untuk setiap data yang dibangkitkan pada bagian 5.2.1.  
Taksiran  $d$  diperoleh dari persamaan 8) dengan bentuk periodogram seperti pada persamaan (7)
- e. Menentukan taksiran parameter  $d$  melalui metode *MGP*H untuk setiap data yang dibangkitkan pada bagian 5.2.1.  
Taksiran  $d$  diperoleh dari persamaan 8) dengan bentuk periodogram seperti pada persamaan (5), dengan mengganti  $2 \sin(\omega_j / \lambda)$  dengan  $j$  sebagai variabel bebasnya.

### 3.2.3 Penentuan Metode Penaksiran Terbaik

Metode penaksiran terbaik ditentukan berdasarkan rata-rata dan *MSE* dari setiap metode penaksiran parameter pembeda ( $d$ ) untuk setiap kasus diatas. Rata-rata dan *MSE* dari tiap penaksiran ditentukan dengan persamaan sebagai berikut :

$$a) \bar{d}_i = \frac{1}{1000} \sum_{j=1}^{1000} \hat{d}(j)$$

$$b) MSE = \frac{1}{1000} \sum_{j=1}^{1000} (\hat{d}_i(j) - d)^2$$

Dengan  $i$  merupakan metode penaksiran ke- $i$ , yaitu *GPH*, *SPR*, *GPHtr*, *GPHTa* dan *MGP*H.



## 6. Hasil Pembahasan

Kdjkdjkdjf T = 300

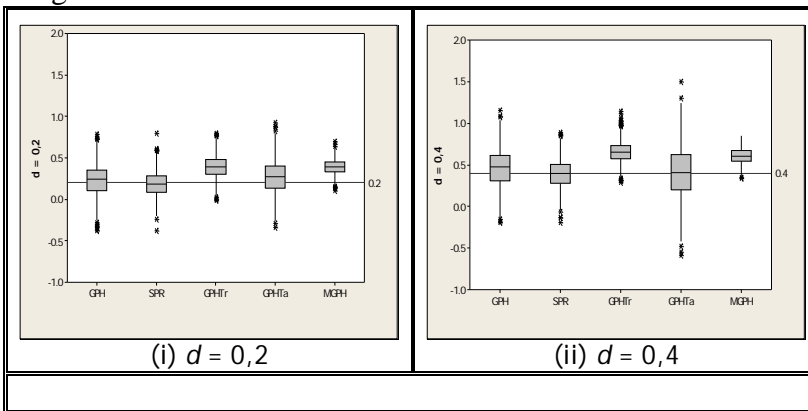
| MODEL | Statistic | $d$ | GPH  |      | SPR  |      | GPHtr |      | GPHTa |      | MGP  |      |
|-------|-----------|-----|------|------|------|------|-------|------|-------|------|------|------|
|       |           |     | NO   | WO   | NO   | WO   | NO    | WO   | NO    | WO   | NO   | WO   |
| 1     | Mean      | 0.2 | 0.23 | 0.13 | 0.19 | 0.09 | 0.40  | 0.42 | 0.27  | 0.22 | 0.39 | 0.40 |
|       |           | 0.4 | 0.46 | 0.33 | 0.40 | 0.28 | 0.66  | 0.50 | 0.38  | 0.34 | 0.60 | 0.54 |
|       | SE        | 0.2 | 0.19 | 0.19 | 0.15 | 0.14 | 0.13  | 0.12 | 0.20  | 0.17 | 0.09 | 0.09 |
|       |           | 0.4 | 0.21 | 0.21 | 0.17 | 0.17 | 0.13  | 0.13 | 0.30  | 0.26 | 0.09 | 0.09 |
| 2     | Mean      | 0.2 | 0.16 | 0.05 | 0.11 | 0.02 | 0.04  | 0.36 | 0.10  | 0.07 | 0.01 | 0.40 |
|       |           | 0.4 | 0.37 | 0.05 | 0.31 | 0.03 | 0.27  | 0.36 | 0.13  | 0.08 | 0.21 | 0.41 |
|       | SE        | 0.2 | 0.20 | 0.08 | 0.15 | 0.06 | 0.13  | 0.05 | 0.07  | 0.05 | 0.10 | 0.05 |
|       |           | 0.4 | 0.20 | 0.14 | 0.16 | 0.11 | 0.13  | 0.09 | 0.09  | 0.07 | 0.10 | 0.07 |

Hgfdshkfhjkfh

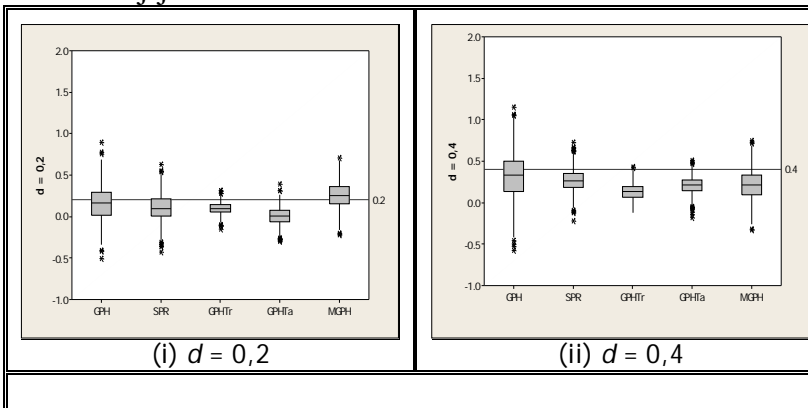


| MODEL   | Statistic | $d$ | GPH  |      | SPR  |      | GPHTr |      | GPHTa |      | MGPH |      |
|---|-----------|-----|------|------|------|------|-------|------|-------|------|------|------|
|   |           |     | NO   | WO   | NO   | WO   | NO    | WO   | NO    | WO   | NO   | WO   |
|  | Mean      | 0.2 | 0.22 | 0.18 | 0.19 | 0.15 | 0.35  | 0.33 | 0.22  | 0.23 | 0.31 | 0.28 |
|   |           | 0.4 | 0.42 | 0.40 | 0.39 | 0.36 | 0.50  | 0.55 | 0.33  | 0.33 | 0.50 | 0.46 |
|   | SE        | 0.2 | 0.13 | 0.14 | 0.11 | 0.11 | 0.07  | 0.07 | 0.17  | 0.2  | 0.06 | 0.06 |
|   |           | 0.4 | 0.14 | 0.14 | 0.11 | 0.11 | 0.08  | 0.08 | 0.21  | 0.26 | 0.06 | 0.06 |
|  | Mean      | 0.2 | 0.19 | 0.02 | 0.16 | 0.02 | 0.10  | 0.16 | 0.07  | 0.07 | 0.10 | 0.16 |
|   |           | 0.4 | 0.40 | 0.19 | 0.66 | 0.19 | 0.33  | 0.22 | 0.10  | 0.10 | 0.30 | 0.23 |
|   | SE        | 0.2 | 0.13 | 0.11 | 0.11 | 0.08 | 0.07  | 0.06 | 0.05  | 0.05 | 0.06 | 0.04 |
|   |           | 0.4 | 0.13 | 0.13 | 0.11 | 0.10 | 0.08  | 0.07 | 0.07  | 0.07 | 0.06 | 0.05 |

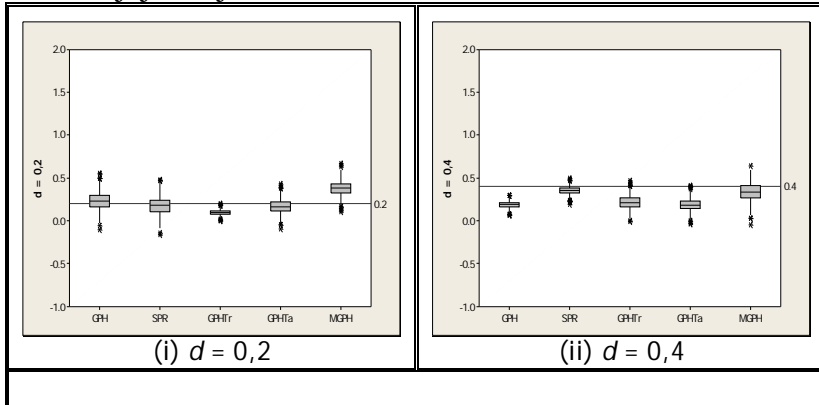
hdgfGD



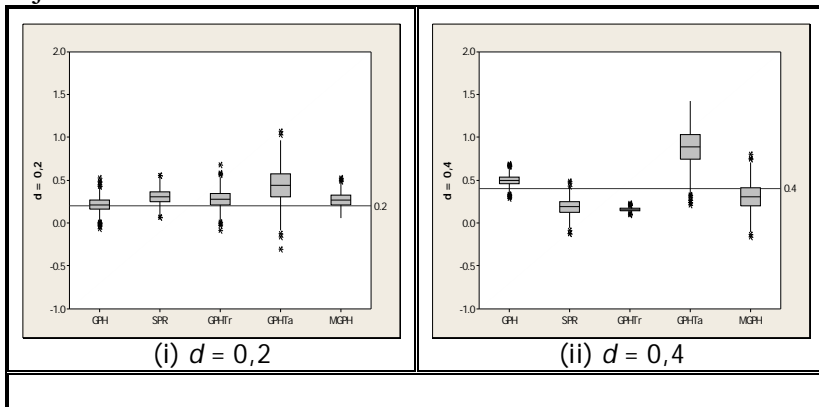
Jffjksk



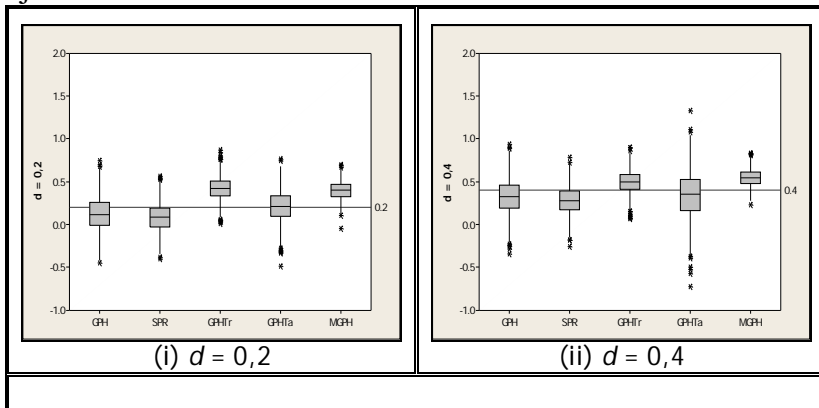
jdjashkljsLKJAS



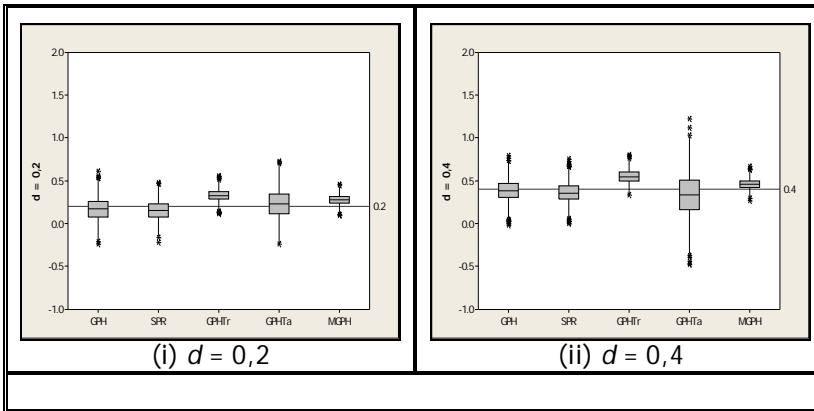
sjkJMS



jhSAJHJ



Hsshhs



7. Kesimpulan

## DAFTAR PUSTAKA

- Barnett, V dan Lewis, T. (1994), *Ouliers in Statistical Data*, J. Wiley, New York.
- Beran, J. (1994), "Maximum Likelihood Estimation of the Differencing Parameter for Invertible Short and Long Memory Autoregressive Integrated Moving Average Models", *Journal of the Royal Statistical Society*, Vol. 57, hal. 659-672.
- Geweke J dan Porter-Hudak,S. (1983), "The Estimation and Application of Long Memory Time Series Models", *Journal of Time series Analysis*,Vol. 4, hal. 221-238.
- Granger, C. W. J. dan Joyeux,R. (1980), "An Introduction to Long-Memory Time Series Models and Fractional Differencing", *Journal of Time Series Analysis*, Vol. 1, hal. 15-29.
- Hosking, J.R.M. (1981), "Fractional Differencing", *Biometika*, Vol. 68, hal. 165-176.
- Hurt, H.E. (1951), "Long-Term Storage of Reservoirs: An Experimental Study", *Transactions of the American Society of Civil Engineers*, Vol. 116, hal. 770-799.
- Hurvich, C.M. dan Ray, B.K. (1995), "Estimation of the Memory Parameter for Nonstationary or Noninvertible Fractionally Integrated Proesses", *Journal of Time series Analysis*, Vol. 16, hal.17-42.
- Lopes, S.R.C dan Nunes,M.A. (2006), "Long Memory Analysis in DNA Sequences", *Physica A*, Vol. 361, hal. 569-588.
- Lopes, S.R.C.,Olberman,B.P dan Reisen,V.A. (2004), "A Comparison of Estimation Methods in Non-Stationary ARFIMA Processes", *Journal of Statistical Computation & Simulation*, Vol. 74, No. 5, hal. 339-347.
- Reisen, V.A. (1994), " Estimation of the Fractional Parameter for ARIMA( $p,d,q$ ) Model Using the Smoothed Periodogram", *Journal of Time Series Analysis*, Vol.15, hal. 335-350.
- Robinson, P.M. (1995), "Log-Periodogram Regression of Time Series with Long Range Dependence", *Annals of Statistics*, Vol. 23, hal. 1048-1072.
- Sowell, F. (1992), "Maximum Lkelihood Estimation of Stationary Univariate Fractionally Integrated Time Series Models", *Journal of econometrics*, Vol.53, hal.165 – 188.
- Velasco, C. (1999a), "Non-Stationary Log-Periodogram Regression", *Journal of Econometric*, Vol. 91, hal. 325-371.
- Velasco, C. (1999b), "Gaussian Semiparametric Estimation of Non-Stationary Time Series", *Journal of Time Series Analysis*, Vol. 20, No.1, hal. 87-127.
- Wei, S.W.W. (1994), *Time series Analysis Univariate and Multivariate Methods*, Addison-Wesley Publishing Company, Canada.