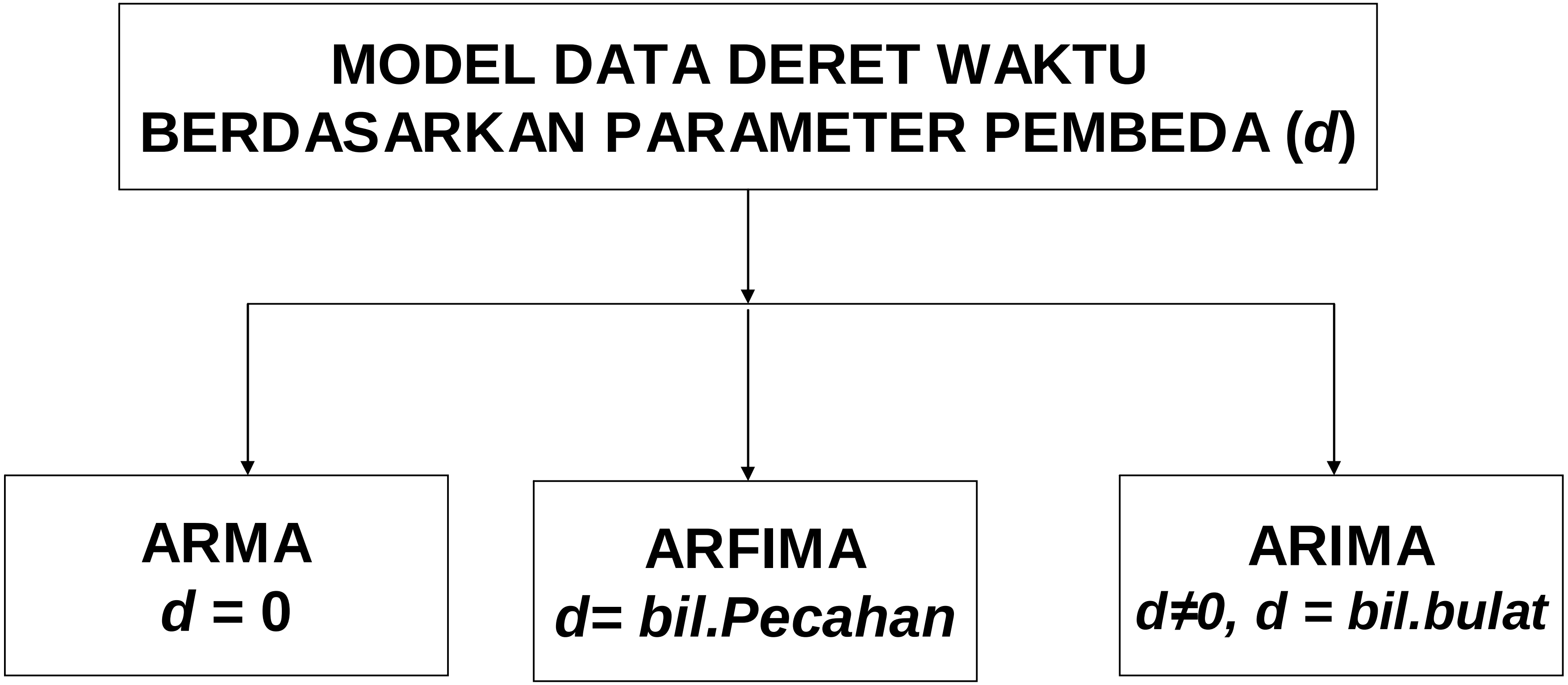
PERBANDINGAN MODEL PADA DATA DERET WAKTU PEMAKAIAN LISTRIK JANGKA PENDEK YANG MENGANDUNG POLA MUSIMAN GANDA

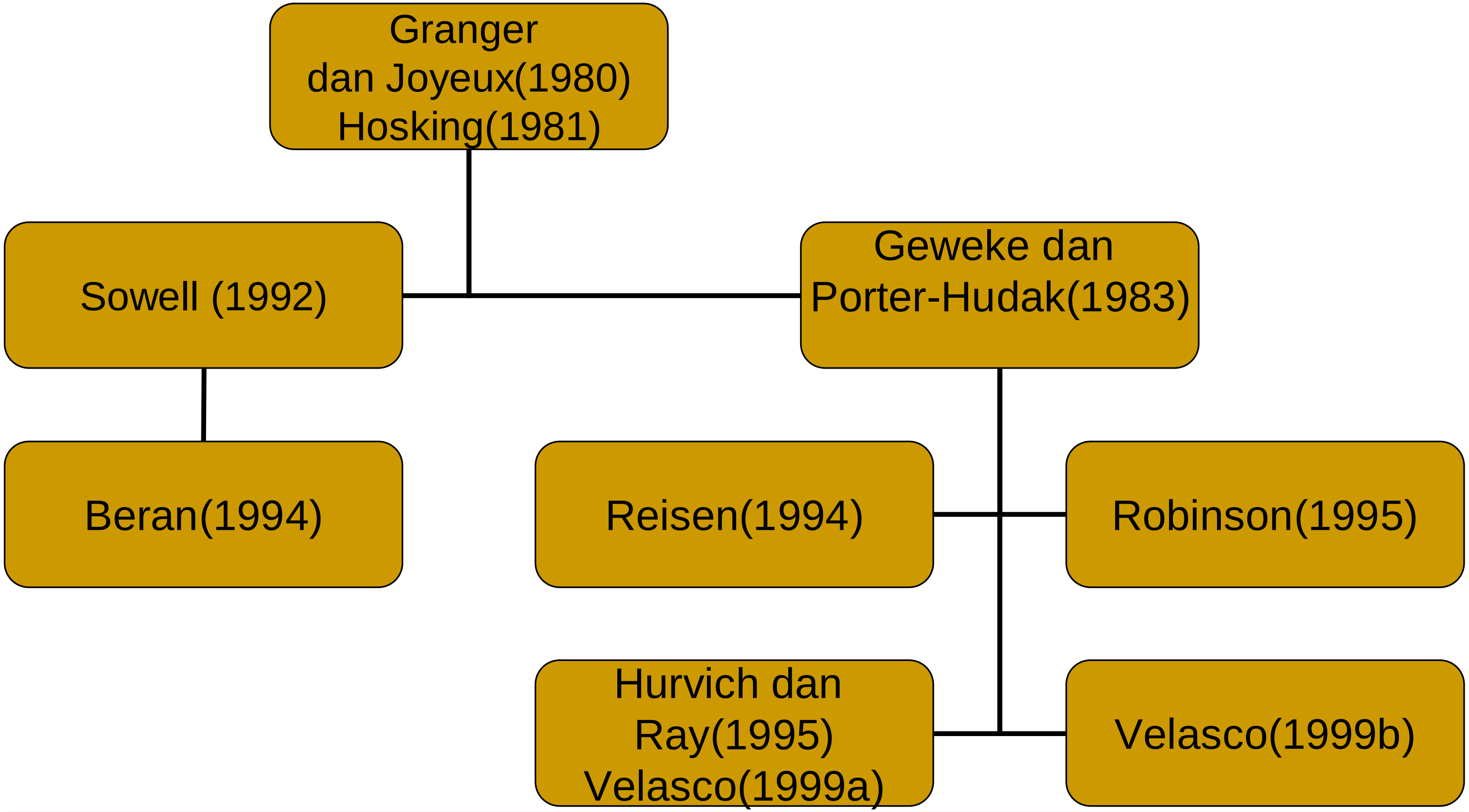
OLEH

GUMGUM DARMAWAN, SUHARTONO

PENDAHULUAN



LATAR BELAKANG MASALAH(1)



PERMASALAHAN

Bagaimana membandingkan ketepatan ramalan Model ARFIMA dengan Model ARIMA pada data pemakaian listrik jangka pendek yang mengandung pola musiman ganda.

MODEL ARFIMA Musiman Ganda

$$\phi_p(B)\,\Phi_{P_1}(B^{s_1})\,\Phi_{P_2}(B^{s_2})\,(1-B)^d\,(1-B^{s_1})^{D_1}\,(1-B^{s_2})^{D_2}\,(Z_t) = \theta_q(B)\,\Theta_{Q_1}(B^{s_1})\,\Theta_{Q_2}(B^{s_2})\,a_t$$

- $\phi(B)=1-\phi_1B-\phi_2B^2-\ldots-\phi_pB^p$ adalah polinomial AR(p) nonmusiman

$\theta(B)=1-\theta_1B-\theta_2B^2-\ldots-\theta_qB^q$ adalah polinomial MA(q) nonmusiman

$(1-B)^d=\sum_{k=0}^{\infty}\binom{d}{k}(-B)^k$ Operator pembeda Pecahan

$(1-B^{s_1})^{D_1}$ Operator Pembeda musiman pertama dengan periode S1

$(1-B^{s_2})^{D_2}$ Operator Pembeda musiman kedua dengan periode S2

MODEL ARFIMA Musiman Ganda

$$\Phi_{P_1}(B^{s_1}) = 1 - \Phi_1 B^{s_1} - \Phi_2 B^{2s_1} - \ldots - \Phi_{P_1} B^{P_1 s_1}$$

$$\Phi_{P_2}(B^{s_2}) = 1 - \Phi_1 B^{s_2} - \Phi_2 B^{2s_2} - \ldots - \Phi_{P_2} B^{P_2 s_2}$$

$$\Theta_{Q_1}(B^{s_1}) = 1 - \Theta_1 B^{s_1} - \Theta_2 B^{2s_1} - \ldots - \Theta_{Q_1} B^{Q_1 s_1}$$

$$\Theta_{Q_2}(B^{s_2}) = 1 - \Theta_1 B^{s_2} - \Theta_2 B^{2s_2} - \ldots - \Theta_{Q_2} B^{Q_2 s_2}$$

Periode

a_t sisa yang diasumsikan berdistribusi Normal

IDENTIFIKASI MODEL ARFIMA Musiman Ganda

a) Membuat plot data deret waktu dan pilih transformasi yang sesuai untuk menstabilkan varian, jika data tidak stasioner dalam varian.

b) Menaksir nilai *d* (parameter pembeda) melalui statistik Hurst.

- Jika $H = 0,5$ menunjukan gejala *Short memory*
- $0 < H < 0,5$ menunjukan gejala *Intermediate Memory*
- $0,5 < H < 1$ menunjukan gejala *Long Memory*

Dari nilai H dapat diperoleh nilai d melalui persamaan Hurst sebagai berikut $d = H - 1/2$.

c) Membuat plot ACF dan PACF untuk memperkirakan parameter p dan q

PENAKSIRAN PARAMATER

a) Penaksiran Parameter pembeda (*d*)

a.1 Menentukan model spektral ARFIMA

$$f_Z(\omega) = \frac{\sigma_a^2}{2\pi} \left| \frac{\theta_q(\exp(-i\omega))}{\phi_p(\exp(-i\omega))} \right|^2 \left\{ 4\sin^2\left(\frac{\omega}{2}\right) \right\}^{-2d}, \quad \omega \in (-\pi, \pi)$$

a.2 Menentukan bentuk logaritma natural dari model ARFIMA

$$\ln f_Z(\omega_j) = \ln f_W(0) + d \ln \left| 1 - \exp(-i\omega_j) \right|^{-2} + \ln\left(\frac{f_W(\omega_j)}{f_W(0)} \right)$$

dengan $\omega_j = \frac{2\pi j}{T}, \quad j = 1, 2, \ldots, T/2$

PENAKSIRAN PARAMATER MODEL ARFIMA

a.3 Menambahkan bentuk logaritma natural periodogram pada persamaan pada a.2

$$\ln\left\{I_Z(\omega_j)\right\} = \ln\left\{f_W(0)\right\} - d\ln\left|1-e^{-i\omega_j}\right|^2 + \ln\left\{\frac{f_W(\omega_j)}{f_W(0)}\right\} + \ln\left\{\frac{I_Z(\omega_j)}{f_Z(\omega_j)}\right\}$$

a.4 Menentukan bentuk periodogram dari persamaan a.3.

GPH

$$I_Z(\omega_j) = \frac{1}{2\pi}\left\{\gamma_0 + 2\sum_{j=1}^{g(T)} \gamma_j \cos(\omega_j)\right\}$$

PENAKSIRAN PARAMATER MODEL ARFIMA

a.5 Menaksir parameter *d* melalui metode *Ordinary Least Square*.

$$\hat{d} = -\frac{\sum_{j=1}^{g(T)} \left(x_j - \bar{x}\right)\left(y_j - \bar{y}\right)}{\sum_{j=1}^{g(n)} \left(x_j - \bar{x}\right)^2}$$

$$Y_j = \ln I_Z\left(\omega_j\right), \quad X_j = \ln \left| \; \right|^{-2}, \quad = \; j - \omega$$

Uji Diagnostik Model ARFIMA

1. **Uji Signifikansi Parameter**
2. **Uji *White Noise* dari Sisa**
3. **Uji Asumsi Normalitas Sisa**

KRITERIA PEMILIHAN MODEL ARFIMA

- *Mean Square Error* (*MSE*)

$$MSE = SSE/(K \; -$$

K = banyaknya sisa

M = banyaknya parameter yang diduga

- Akaike's *Information Criterion*

$$AIC = T \ln \hat{\sigma}_a^2 + 2M$$

T = banyaknya observasi

$\hat{\sigma}_a^2$ = estimasi dari *Mean Square Error*

KRITERIA PEMILIHAN MODEL ARFIMA

- *Mean Absolut Percentage Error* (*MAPE*)

$$MAPE = \left(\frac{1}{H} \sum_{h=1}^{H} \left| \frac{e_h}{Z_{T+h}} \right| \right)$$

$$e_h = Z_{T+h} - \hat{Z}_T(h)$$

h = 1, 2, 3, …, *H*.

h = banyaknya observasi yang akan diramalkan (*out-sample*)

METODE PENELITIAN

- **Identifikasi Model**

a.) Membuat plot dari data deret waktu dan tentukan transformasi yang sesuai untuk menstabilkan varian, jika data tidak stasioner dalam varian.

b) Mengidentifikasi nilai *d* melalui statistik Hurst.

c) Membuat plot ACF dan PACF dari data deret waktu untuk memperkirakan parameter *p* dan *q*.

- **Penaksiran Parameter**

Model yang telah diidentifikasi sebagai model ARFIMA selanjutnya dilakukan penaksiran parameternya.

METODE PENELITIAN

- **Uji Diagnostik**

a) Menguji signifikansi parameter model. Semua parameter yang diikut sertakan dalam model harus signifikan. Pegujian signifikansi biasanya menggunakan α = 0,05.

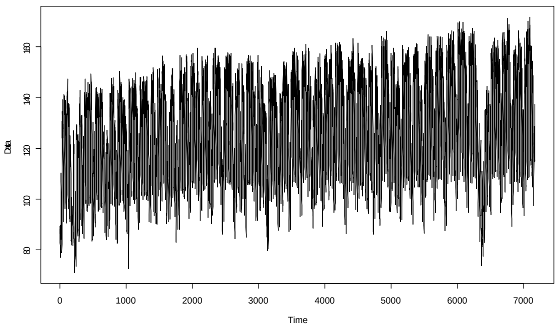
b) Memeriksa sampel ACF sisa dari untuk mengevaluasi apakah deret dari sisanya sudah tidak berkorelasi.

c) Menguji Normalitas dari sisa melalui uji Kolmogorov – Smirnov.

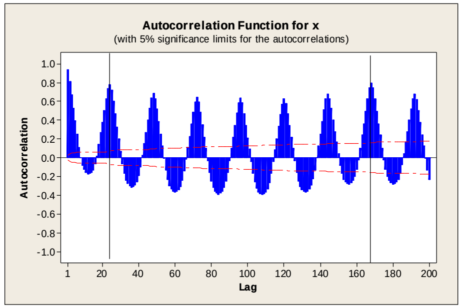
- **Peramalan**

Jika model sudah memenuhi semua asumsi pada Uji Diagnistik dilakukan peramalan. Dan jika terjadi lebih dari satu model dapat dilakukan pemilihan model.

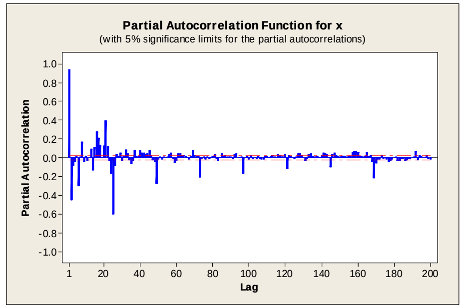
APLIKASI MODEL ARFIMA Untuk DATA PEMAKAIAN LISTRIK DI PULAU BATAM



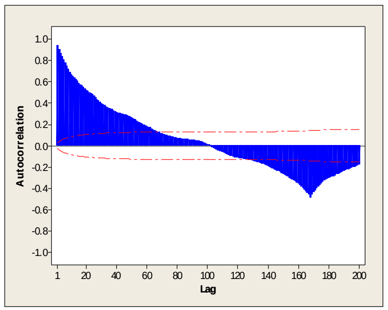
Scatterplot Data Deret Waktu



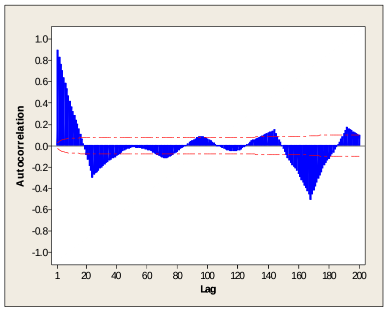
Pola ACF Data Deret Waktu



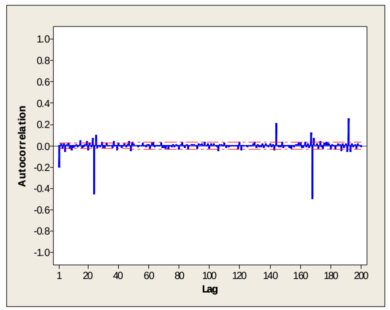
Pola PACF Data Deret Waktu



Pembedaan p = 168



Pembedaan p = 24, 168



Pembedaan p = 1, 24, 168

Pencarian Model ARFIMA TERBAIK

NO	Parameter *p* dan *q*	Nilai *d*	*White Noise*	*MSE*	*AIC*
1	p = (1,2,3), q = (1,2,3,4)(24)(168)	0,447	Sampai lag 36	0,0258	-31105
2	p = (1,2,3), q = (1,2,3,4)(24,168)	0,447	Sampai lag 18	0,0258	-31101
3	p = (1,2,3)(24,168), q = (1,2,3,4)	0,447	Sampai lag 18	0,0290	-29674
4	p = (1,2,3)(24,168), q = (1,2,3,4)(24)	0,447	Sampai lag 18	0,0289	-29674
5	p = (1,2,3), q = (1,2,3,4)(24,48)(168)	0,447	Sampai lag 18	0,0259	-31038
6	p = (1,2,3), q = (1,2,3,4)(168)	0,447	Sampai lag18	0,0260	-31028
7	p = (1,2,3), q = (1,2,3,4)(24,168)	0,400	Sampai lag 18	0,0258	-3109,6
8	p = (1,2,3), q = (1,2,3,4)(168)	0,400	Sampai lag 18	0,0260	-31034
9	p = (1,2,3)(24,168), q = (1,2,3,4)(24)	0,400	Sampai lag 24	0,0289	-29664
10	p = (1,2,3)(24,48), q = (1,2,3,4)(24)(168)	0,535	Sampai lag 48	0,0257	-31147

MODEL ARIMA DAN ARFIMA TERBAIK

- Model ARIMA$(2,0,0)(1,1,0)_{24}\ (1,1,0)_{168}$

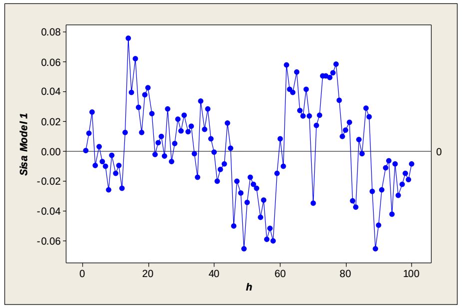
$$\left(1-0{,}73B-0{,}37B^{2}\right)\left(1-B^{24}\right)\left(1-0{,}52B^{24}\right)\left(1+B^{168}\right)_{t}\ \ 1$$

- Model ARFIMA$(3,d,4)(0,0,2)_{24}\ (0,1,1)_{168}$ dengan d = 0,535

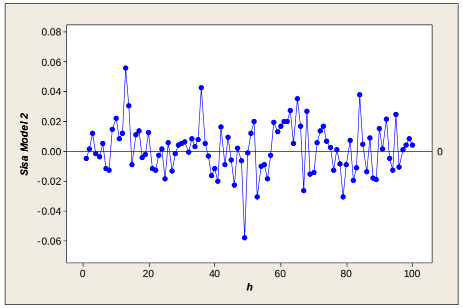
$$\left(1-1{,}78B+1{,}72B^{2}-0{,}75B^{3}\right)\left(1-B\right)^{0{,}535}\left(1-B^{168}\right)_{t}\left(B-1\ \ B^{2}-5\ z\right)\ 1^{3}\ 1{,}51=$$

$$\times\left(1+0{,}12B^{24}+0{,}06B^{48}\right)\left(1-0{,}87B^{168}\right)_{t}$$

Pemilihan Model Terbaik Model ARIMA dan ARFIMA



Scatterplot Sisa Model ARIMA



Scaterplot Sisa Model ARFIMA

MODEL	AIC	MSE	MAPE
ARIMA(2,0,0)(1,1,0)$_{24}$(1,1,0)$_{168}$	**-27.005**	**0,0346**	**1,8%**
ARFIMA(3,*d*,4)(0,0,1)$_{24}$(0,1,1)$_{168}$, *d* = 0,535	**-31.147**	**0,0245**	**0,9%**

KESIMPULAN

Berdasarkan hasil analisis model *Double Seasonal* ARFIMA lebih baik dibandingkan dengan model *Double Seasonal* ARIMA dalam memodelkan pemakaian listrik di Pulau Batam, dilihat dari nilai AIC, MSE dan MAPE

DAFTAR PUSTAKA

- Geweke J dan Porter-Hudak,S. (1983), "The Estimation and Application of Long Memory Time Series Models", *Journal of Time series Analysis*, Vol. 4, hal. 221-238.
- Granger, C. W. J. dan Joyeux, R. (1980), "An Introduction to Long-Memory Time Series Models and Fractional Differencing", *Journal of Time Series Analysis*, Vol. 1, hal. 15-29.
- Hosking, J.R.M. (1981), "Fractional Differencing", *Biometika*, Vol. 68, hal. 165-176.
- Hurst, H.E. (1951), "Long-Term Storage of Reservoirs: An Experimental Study", *Transactions of the American Society of Civil Engineers*, Vol. 116, hal. 770-799.
- Lopes, S.R.C dan Nunes,M.A. (2006), "Long Memory Analysis in DNA Sequences", *Physica A*, Vol. 361, hal. 569-588.
- Lopes, S.R.C.,Olberman,B.P dan Reisen,V.A. (2004), "A Comparison of Estimation Methods in Non-Stationary ARFIMA Processes", *Journal of Statistical Computation & Simulation*, Vol. 74, No. 5, hal. 339-347.

TERIMA KASIH