A POSSIBILISTIC APPROACH MEAN *VaR* MODEL FOR PORTFOLIO SELECTION

SUDRADJAT

Jurusan Matenamtika FMIPA Unpad
Adjat03@yahoo.com

SEMINAR NASIONAL MATEMATIKA 2008
"*PENGEMBANGAN DAN KONTRIBUSI MATEMATIKA DALAM MENUNJANG KEMAJUAN ILMU PENGETAHUAN DAN TEKNOLOGI*"
13 Desember 2008

A POSSIBILISTIC APPROACH MEAN *VaR* MODEL FOR PORTFOLIO SELECTION

Sudradjat

Jurusan Matematika FMIPA Unpad
Adjat03@yahoo.com

Abstract

This paper deals with a portfolio selection problem with fuzzy return rates. A possibilistic mean *VaR* model was proposed for portfolio selection. Specially, a mathematical programming model with probabilistic constraints and we solve it by transforming this problem into a multiple objective linear programming problem. A numerical example is given to illustrate the behavior of the proposed model.

Key words. Optimization, portfolio, portfolio efficient, linear programming, stochastic multi-objective programming, efficient solutions, expected-value efficiency.

AMS subject classifications. Primary, 90B28, 90C15, 90C29, 90C48, 90C70;
Secondary, 46N10, 60E15, 91B06, 90B10

SEMINAR NASIONAL MATEMATIKA 2008
"*PENGEMBANGAN DAN KONTRIBUSI MATEMATIKA DALAM MENUNJANG KEMAJUAN ILMU PENGETAHUAN DAN TEKNOLOGI*"
13 Desember 2008

1. PENDAHULUAN

Pada pertengahan abad ke 1952, H. Markowitz mempelopori teori financial modern yang dikenal dengan model meanvarians portfolio seleksi. Teori tersebut akan memudahkan dan menginspirasi dalam permasalahan financial.
Zhou dan Lie 2000 mengembangkan model "Markowitz complete continuous-time financial market" . Varians mempunyai peran yang penting dalam pengukuran resiko. Banyak para peneliti mengemukakan bagaimana melakukan pengukuran resiko dalam investasi, begitu juga semivarians yang dikemukakan oleh Markowitz. Pada framework mean-risk, hanya mean-varians yang telah diterima pada diskrite-time market.

2. Model Mean *VaR* portfolio seleksil dengan transaction costs

2.1. MEAN DOWNSIDE-RISK FEAMWORK

Jika kita notasikan v adalah nilai portfolio diakhir periode, dengan probabilitas $P(v < VaR)$, untuk nilai portfolio jatuh lebih rendah dari tingkat *VaR* , disebut shortfall probability, dan expected shortfall adalah $E(v|v < VaR)$, mean absolute deviation $E(|v - E(v)|\, v < E(v)$, dan semi-variance $E((v - E(v)^2 \,|\, v < VaR)$.
Jika $x_j, (j = \overline{1,n})$ merepresentasikan proporsi pada total jumlah uang yang disimpan pada sekuritas *j*, l_j dan $u_j, (j = \overline{1,n})$ masing-masing menotasikan proporsi minimum dan maksimum pada total jumlah uang yang disimpan pada sekuritas *j*.
Berikan $r_j, (j = \overline{1,n})$ adalah variabel random yang merepresentasikan rate of return pada sekuritas, sehingga $v = \sum_{j=1}^{n} r_j x_j$.

Asumsikan bahwa investor ingin mengalokasikan sebagian kekayaannya n resiko sekuritas. Jika profil risiko pada investor ditentukan dalam bentuk VaR, maka solusi mean-*VaR* portfolio efisien dapat diselesaikan dengan permasalahan optimisasi berikut, (Inuiguchi, 2000):

$$
\begin{aligned}
(P1) \quad \max_{x} \quad & E(v) \\
s.t. \quad & P(v < VaR) \leq \beta, \\
& \sum_{j=1}^{n} x_j = 1, \\
& l_j \leq x_j \leq u_j, \qquad j = 1, \cdots, n,
\end{aligned}
$$

pada model ini menunjukkan bahwa investor mencoba memaksimumkan nilai portfolio untuk waktu yang akan datang, yang membutuhkan probabilitas bahwa nilai portfolio yang akan datang mendekati *VaR* dengan tidak lebih dari β .

2.2. KASUS MODEL PROPOTIONAL TRANSACTION COST

Tansaction cost adalah salah satu dari sumber yang menjadi perhatian dari manajer portfolio. Arnott dan Wagner, 1990 menemukan bahwa transaction costs akan mempengaruhi inefisien portfolio. Yoshimoto's empirical analysis, 1996 juga menyimpulkan yang sama.

Jika di asumsikan bahwa tingkat transaction cost pada sekuriti $j\ (j=\overline{1,n}) = c_j$ sama dengan c_j.Transaction cost pada sekuritas $j\ (j=\overline{1,n})$ adalah $c_j x_j$, maka tansaction cost pada portfolio $x=(x_1,...,x_n)$ adalah $\sum_{j=1}^{n} c_j x_j$.

Dengan mempetimbangkan tansaction cost dan kendala shotfall probability, kita peroleh model mean VaR portfolio seleksi dengan transaction cost adalah

$$
\begin{aligned}
(P2)\quad & \max_{x} \quad E(v) - \sum_{j=1} c_j x_j \\
& s.t. \quad P(v < VaR) \le \beta, \\
& \qquad \sum_{j=1}^{n} x_j = 1, \\
& \qquad l_j \le x_j \le u_j, \qquad j = 1, \cdots, n.
\end{aligned}
$$

2.3 PENGEMBANGAN MODEL

Jika model di atas kita kembangkan untuk multi asset, nilai portfolio diakhir periode $v_i, i=\overline{1,q}$, $P(v_i < (VaR)_i), i=\overline{1,q}$, expected shortfall adalah $E(v_i | v_i < (VaR)_i)$, mean absolute deviation $E(|v_i - E(v_i)| \, v_i < E(v_i)$, dan semi-variance $E((v_i - E(v_i)^2 \, | v_i < E(v_i))$, jika $x_j, (j=\overline{1,n})$ merepresentasikan proporsi pada total jumlah uang yang disimpan pada sekuritas *j*, l_{1j} dan $u_{2j}, (j=\overline{1,n})$ berturut-turutut menotasikan proporsi minimum dan maksimum pada total jumlah uang yang simpan pada sekuritas *j*. Untuk $j=\overline{1,n}$ dan $i=\overline{1,q}$, berikan r_{ji} adalah variabel random yang merepresentasikan rate of *i* return pada sekuritas *j*. Sehingga diperoleh $v_i = \sum_{j=1}^{n} r_{ji} x_j$.

Asumsikan bahwa investor ingin mengalokasikan sebagian kekayaannya *n* resiko sekuritas. Jika profil risiko pada investor ditentukan dalam bentuk $(VaR)_i, i=\overline{1,q}$, maka solusi mean-*VaR* portfolio efisien dapat diselesaikan dengan permasalahan optimisasi berikut, (Sudradjat, 2007)

(2.1) $\max_{x \in R^n} \lfloor E(v_1), \cdots, E(v_q) \rfloor$

(2.2) *s.t.* $\Pr\{v_i \le (VaR)_i\} \le \beta_i,\ i=\overline{1,q}$,

(2.3) $\sum_{j=1}^{n} x_j = 1$,

(2.4) $$M_{1j} \le x_j \le M_{2j}, \quad j = \overline{1,n}.$$

Pada model ini menunjukkan bahwa investor mencoba memaksimumkan nilai portfolio untuk waktu yang akan datang, yang membutuhkan probabilitas bahwa nilai portfolio yang akan datang mendekati $(VaR)_i$ dengan tidak lebih dari $\beta_i, i = \overline{1,q}$.

2.4 KASUS MODEL PROPOTIONAL TRANSACTION COST

Jika di asumsikan bahwa rate of transaction cost pada sekuriti $j\ (j = \overline{1,n})$ dan dialokasikan pada $i, i = \overline{1,q}$ asset adalah c_{ji}, transaction cost pada sekuritas j dan di alokasikan pada i asset adalah $c_j x_j$, tansaction cost pada portfolio $x = (x_1,..., x_n)$ adalah $\sum_{j=1}^{n} c_{ji} x_j, i = \overline{1,q}$.

Dengan mempetimbangkan tansaction cost dan kendala shotfall probability, kita peroleh model mean VaR portfolio seleksi dengan transaction cost adalah

2.5) $$\underset{x \in R^n}{Max} \left[E(v_1) - \sum_{j=1}^{n} c_{j1} x_j, ..., E(v_q) - \sum_{j=1}^{n} c_{jq} x_j \right]$$

(2.6) $$s.t \quad \Pr\{v_i < (VaR)_i\} \le \beta_i, \quad i = \overline{1,q},$$

(2.7) $$\sum_{j=1}^{n} x_j = 1,$$

(2.8) $$M_{1j} \le x_j \le M_{2j}, \quad j = \overline{1,n}.$$

3. POSSIBILISTIC MEAN *VaR* PORTFOLIO SELECTION MODEL

3.1 POSSIBILISTIC THEORY

Dasar dari konsep dan teknik dari teori *possibility* dikemukakan oleh Zadeh, 1970. Misalkan $\tilde{a}$ dan $\tilde{b}$ dua bilangan fuzzy dengan fungsi keanggotaan masing-masing berturut-turut $\mu_{\tilde{a}}$ dan $\mu_{\tilde{b}}$, maka possibility dari $\tilde{a}$ dan $\tilde{b}$ didefinisikan sebagai berikut: Dubois dan Prade, 1990,

(3.1) $$\begin{cases} Pos(\tilde{a} \le \tilde{b}) = \sup\{\min(\mu_{\tilde{a}}(x), \mu_{\tilde{b}}(y)) \mid x, y \in \mathbb{R}, x \le y\}, \\ Pos(\tilde{a} < \tilde{b}) = \sup\{\min(\mu_{\tilde{a}}(x), \mu_{\tilde{b}}(y)) \mid x, y \in \mathbb{R}, x < y\}, \\ Pos(\tilde{a} = \tilde{b}) = \sup\{\min(\mu_{\tilde{a}}(x), \mu_{\tilde{b}}(x)) \mid x \in \mathbb{R}\}. \end{cases}$$

Jika $\tilde{b}$ adalah suatu bilangan crisp (*invariable*) *b*, didapat

(3.2) $$\begin{cases} Pos\{\tilde{a} \le b\} = \sup\{\mu_{\tilde{a}}(x) \mid x \in \mathbb{R}, x \le b\} \\ Pos\{\tilde{a} < b\} = \sup\{\mu_{\tilde{a}}(x) \mid x \in \mathbb{R}, x < b\} \\ Pos(\tilde{a} = b\} = \mu_{\tilde{a}}(b) \end{cases}$$

Untuk $f : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ suatu operasi dengan bilangan biner dari himpunan fuzzy. Jika dinotasikan bilangan fuzzy $\widetilde{a}, \widetilde{b}$ bilangan $\widetilde{c} = f(\widetilde{a}, \widetilde{b})$, maka fungsi keanggotaan $\mu_{\widetilde{c}}$ dapat diurunkan dari fungsi keanggoaan $\mu_{\widetilde{a}}$ dan $\mu_{\widetilde{b}}$ dengan $\mu_{\widetilde{c}}(z) = \sup\{\min(\mu_{\widetilde{a}}(x), \mu_{\widetilde{b}}(y)) | x, y \in \mathbb{R}, z = f(x, y)\}$.

Untuk suatu $z \in \mathbb{R}$. Jadi, posibilistik bahwa bilangan fuzzy $\widetilde{c} = f(\widetilde{a}, \widetilde{b})$ mempunyai nilai $z \in \mathbb{R}$ adalah lebih besar dari kombinasi kemungkinan dari bilangan riil *x,y* sedemikian *z = f(x,y)*, dimana nilai $\widetilde{a}$ dan $\widetilde{b}$ berturut-turut x dan y.

3.2 TRAPEZOIDAL FUZZY NUMBERS

Rate of return pada scurity diberikan dengan bilangan trapezoidal fuzzy $\widetilde{r} = (r_1, r_2, r_3, r_4)$ dimana $r_1 < r_2 \le r_3 < r_4$. Maka fungsi keangotaan bilangan fuzzy $\widetilde{r}$ diformulasikan:

$$(3.3) \qquad \mu_{\widetilde{r}}(x) = \begin{cases} \dfrac{x - r_1}{r_2 - r_1} & , r_1 \le x \le r_2, \\ 1 & , r_2 \le x \le r_3, \\ \dfrac{x - r_4}{r_3 - r_4} & , r_3 \le x \le r_{4,} \\ 0 & , lainnya. \end{cases}$$

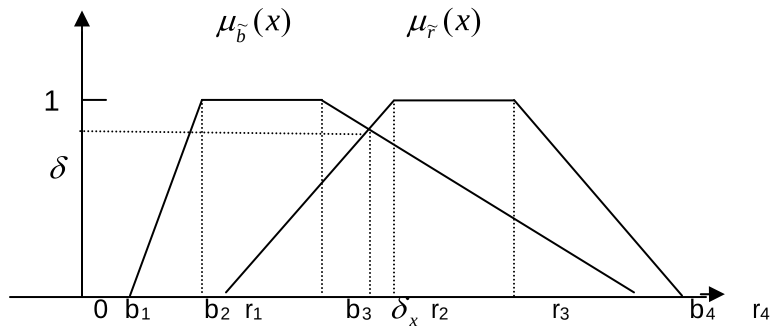
Ambil rate of return pada sekuriti dengan bilangan trapezolidal fuzzy $\widetilde{r} = (r_1, r_2, r_3, r_4)$ dimana $r_1 < r_2 \le r_3 < r_4$. Maka fungsi keanggotaan dari fuzzy $\widetilde{r}$ dapat ditulis:

$$(3.4) \qquad \mu_{\widetilde{r}}(x) = \begin{cases} \dfrac{x - r_1}{r_2 - r_1} & , r_1 \le x \le r_2, \\ 1 & , r_2 \le x \le r_3, \\ \dfrac{x - r_4}{r_3 - r_4} & , r_3 \le x \le r_{4,} \\ 0 & , lainnya. \end{cases}$$

Jika diambil dua trapezoidal bilangan fuzzy $\widetilde{r} = (r_1, r_2, r_3, r_4)$ dan $\widetilde{b} = (b_1, b_2, b_3, b_4)$, seperti terlihat pada Gambar 3.1.

Jika $r_2 \le b_3$, maka diperoleh:

$$Pos(\widetilde{r} \le \widetilde{b}) = \sup\{ \min\{\mu_{\widetilde{r}}(x), \mu_{\widetilde{b}}(y)\} | \ x \le y \}$$
$$\ge \min\{ \mu_{\widetilde{r}}(r_2), \mu_{\widetilde{b}}(b_3) \} = \min \{1,1\} = 1,$$ mengakibatkan bahwa $Pos(\widetilde{r} \le \widetilde{b}) = 1$.



Gambar 3.1: Dua bilangan trapezoidal fuzzy $\tilde{r}$ dan $\tilde{b}$.

Jika $r_2 \geq b_3$ dan $r_1 \leq b_4$, mengakibatkan $Pos(\tilde{r} \leq \tilde{b}) = 1$. Jika $r_2 \geq b_3$ dan $r_1 \leq b_4$ maka suprimum adalah δ_x yang merupakan irisan dari dua fungsi keanggotaan $\mu_{\tilde{r}}(x)$ dan $\mu_{\tilde{b}}(x)$, dimana $\delta_x = r_1 + (r_2 - r_1)\delta$.

Jika $r_1 > b_4$, maka untuk suatu $x < y$, satu dari persamaan $\mu_{\tilde{r}}(x) = 0,\ \mu_{\tilde{b}}(y) = 0$.

Jadi diperoleh $Pos(\tilde{r} \leq \tilde{b}) = 0$.

Kemudian dapat disimpulkan bahwa

$$(3.5) \qquad Pos(\tilde{r} \leq \tilde{b}) = \begin{cases} 1, & r_2 \leq b_3, \\ \delta, & r_2 \geq b_3, r_1 \leq b_4, \\ 0, & r_1 \geq b_4. \end{cases}$$

Secara khusus, dimana $\tilde{b}$ adalah bilangan 0, maka diperoleh

$$(3.6) \qquad Pos(\tilde{r} \leq 0) = \begin{cases} 1, & r_2 \leq 0, \\ \delta, & r_1 \leq 0 \leq r_2, \\ 0, & r_1 \geq 0, \end{cases}$$

dimana

$$(3.7) \qquad \delta = \frac{r_1}{r_1 - r_2}.$$

Perhatikan lemma berikut:

LEMMA 3.1 Dubois dan Prade, 1990 *Ambil* $\tilde{r} = (r_1, r_2, r_3, r_4)$ *adalah bilangan trapezoidal fuzzy. Maka untuk suatu tingkat konfiden* α *dengan* $0 \leq \alpha \leq 1,\ Pos(\tilde{r} \leq 0) \geq \alpha$ *jika dan hanya jika* $(1-\alpha)r_1 + \alpha r_2 \leq 0$.

Himpunan bilangan fuzzy $\tilde{r} = (r_1, r_2, r_3, r_4)$ dengan tingkat (level) λ adalah suatu himpunan bagian crisp dari R dan dinotasikan $[\tilde{r}]^\lambda = \{x | \mu(x) \geq \lambda, x \in R\}$, dengan mengacu pada Carlsson, 2002, diperoleh

$$[\tilde{r}]^\lambda = \{x | \mu(x) \geq \lambda, x \in R\} = [r_1 + \lambda(r_2 - r_1), r_4 - \lambda(r_4 - r_3)].$$

Level set λ dari bilangan fuzzy $\tilde{r} = (r_1, r_2, r_3, r_4)$ adalah himpunan crisp dari R dan dinotasikan dengan $[\tilde{r}]^\lambda = \{x | \mu(x) \geq \lambda, x \in R\}$, maka dengan mengacu pada Carlsson, 2001, didapat

$$[\widetilde{r}]^{\lambda} = \{x \mid \mu(x) \ge \lambda, x \in R\} = [r_1 + \lambda(r_2 - r_1), r_4 - \lambda(r_4 - r_3)].$$

Jika diberikan $[\widetilde{r}]^{\lambda} = [a_1(\lambda), a_2(\lambda)]$, posibilistik crisp mean value dari $\widetilde{r} = (r_1, r_2, r_3, r_4)$ adalah $\widetilde{E}(\widetilde{r}) = \int_0^1 \lambda(a_1(\lambda) + a_2(\lambda))d\lambda$, dimana $\widetilde{E}$ *adalah operator mean.*

Perhatikan bahwa jika $\widetilde{r} = (r_1, r_2, r_3, r_4)$ adalah bilangan trapezoidal fuzzy maka

(3.8) $$\widetilde{E}(\widetilde{r}) = \int_0^1 \lambda(r_1 + \lambda(r_2 - r_1) + r_4 - \lambda(r_4 - r_3))d\lambda = \frac{r_2 + r_3}{3} + \frac{r_1 + r_4}{6}.$$

Dapat diuraikan jika $\widetilde{r} = (r_1, r_2, r_3, r_4)$, maka trapezoidal fuzzy number adalah

(3.8) $$\widetilde{E}(\widetilde{r}) = \int_0^1 \lambda(r_1 + \lambda(r_2 - r_1) + r_4 - \lambda(r_4 - r_3))d\lambda = \frac{r_2 + r_3}{3} + \frac{r_1 + r_4}{6}.$$

3.3 FORMULASI PORTFOLIO EFFISIEN

Ambil x_j adalah proposional dari total sejumlah uang yang disimpan security *j*, M_{1j} dan M_{2j} berturut-turut menotasikan proporsi minimum dan maximum dari total semua uang yang dipilih pada security j. Bilangan trapezoidal fuzzy dari r_{ji} adalah $\widetilde{r}_{ji} = (r_{(ji)1}, r_{(ji)2}, r_{(ji)3}, r_{(ji)4})$ dimana $r_{(ji)1} < r_{(ji)2} \le r_{(ji)3} < r_{(ji)4}$. Jika tingkat $(VaR)_i$ dengan bilangan trapezoidal $\widetilde{b}_i = (b_{i1}, b_{i2}, b_{i3}, b_{i4})$, $i = \overline{1,q}$.

Dengan pendekatan ini perhatikan model pada (2.5)-(2.8) dapat direduksi dari teorema berikut:

TEOREMA 3.1 *Posibilistik mean VaR portfolio seleksi untuk vector mean VaR , model efficient portfolio* (2.5)-(2.8) *adalah*

(3.9) $$\max_{x \in R^n} \left\{ \widetilde{E}\left(\sum_{j=1}^{n} \widetilde{r}_{j1} x_j \right) - \sum_{j=1}^{n} c_{j1} x_j, \ldots, \widetilde{E}\left(\sum_{j=1}^{n} \widetilde{r}_{jk} x_j \right) - \sum_{j=1}^{n} c_{jk} x_j \right\}$$

(3.10) $$s.t. \quad Pos\left(\sum_{j=1}^{n} \widetilde{r}_{ji} x_j < \widetilde{b}_i \right) \le \beta_i, \quad i = \overline{1,q},$$

(3.11) $$\sum_{j=1}^{n} x_j = 1,$$

(3.12) $$M_{1j} \le x_j \le M_{2j}, \quad j = \overline{1,n}.$$

Dengan menggunakan White [14] Theorema 3.1 dapat dikembangkan menjadi teorema sebagai berikut

TEOREMA 3.2. *Jika* $\lambda_i > 0, i = \overline{1,q}$, *maka efscien portfoliountuk model possibilistikl adalah solusi optimal dari permasalahan di bawah ini:*

(3.13) $$\max_{x \in R^n} \sum_{i=1}^{q} \lambda_i \left[\widetilde{E}\left(\sum_{j=1}^{n} \widetilde{r}_{ji} x_j \right) - \sum_{j=1}^{n} c_{ji} x_j \right]$$

(3.14) $$s.t. \quad Pos\left(\sum_{j=1}^{n} \widetilde{r}_{ji} x_j < \widetilde{b}_i \right) \le \beta_i, \quad i = \overline{1,q},$$

(3.15) $$\sum_{j=1}^{n} x_j = 1,$$

(3.16) $$M_{1j} \le x_j \le M_{2j}, \quad j = \overline{1,n}.$$

Dengan menggunakan rate of return pada security $j \; (j = \overline{1,n})$ dengan bilangan trapezoidal fuzzy, maka dapat dirumuskan teorema berkut:

TEOREMA 3.3 *Rate of return pada securias* $j \; (j = \overline{1,n})$ *dengan trapezoidal fuzzy number* $\tilde{r}_{ji} = (r_{(ji)1}, r_{(ji)2}, r_{(ji)3}, r_{(ji)4})$ *dimana* $r_{(ji)1} < r_{(ji)2} \le r_{(ji)3} < r_{(ji)4}$ *dan* $\tilde{b}_i = (b_{i1}, b_{i2}, b_{i3}, b_{i4})$ *adalah trapezoidal fuzzy number untukr VaR level dan* $\lambda_i > 0$ *,denganh* $i = \overline{1,q}$*. Maka dengan menggunakan model possibilistic mean VaR portfolio seleksi, efisiennt portfolio adalah solusi optimal dari permasalahan berikut:*

(3.17) $$\max_{x \in R^n} \sum_{i=1}^{k} \lambda_i \left[\frac{\sum_{j=1}^{n} r_{(ji)2} x_j + \sum_{j=1}^{n} r_{(ji)3} x_j}{3} + \frac{\sum_{j=1}^{n} r_{(ji)1} x_j + \sum_{j=1}^{n} r_{(ji)4} x_j}{6} - \sum_{j=1}^{n} c_{ji} x_j \right]$$

(3.18) $$s.t. \quad (1-\beta_i)\left(\sum_{j=1}^{n} r_{(ji)1} x_j - b_{i4}\right) + \beta_i \left(\sum_{j=1}^{n} r_{(ji)2} x_j - b_{i3}\right) \ge 0, \quad 1 = \overline{1,q},$$

(3.19) $$\sum_{j=1}^{n} x_j = 1,$$

(3.20) $$M_{1j} \le x_j \le M_{2j}, \quad j = \overline{1,n}.$$

Problem (3.17)-(3.20) adalah standard dari permasalahan pemograman linier multi-objectif. Untuk mencari solusi optimal dapat menggunakan algoritma dari pemograman multi-objectif Caballero, 2001, Preda, V, 1993.

4. IMPLEMENTASI

Sebagai ilustrasi untuk model possibilistic mean portfolio selection kita ambil permasalahan untuk 5-sekuritas dengan distribusi possibiliti berikut (Guohua, 2006)

$r_1 = (0.04, 0.05, 0.06, 0.07)$, $r_2 = (0.04, 0.06, 0.065, 0.07)$, $r_3 = (0.048, 0.68, 0.075, 0.08)$, $r_4 = (0.05, 0.065, 0.07, 0.01)$, $r_5 = (0.05, 0.075, 0.085, 0.116)$.

VaR level adalah $\tilde{b} = (0.04, 0{,}046, 0.048, 0.05)$. Rates dari transaction costs pada securitas adalah $c_1 = 0, c_2 = 0.001, c_3 = 0.001, c_4 = 0.002, c_5 = 0.003$.

Untuk β =0.01, diperoleh model berikut:

$$\max_x 0.055x_1 + 0.059x_2 + 0.068x_3 + 0.067x_4 + 0.078x_5$$

$$\text{s.t} \quad 0.04011x_1 + 0.04022x_2 + 0.04822x_3 + 0.50155x_4 + 0.50255x_5 \ge 0.04998$$

$$\sum_{j=1}^{5} x_j = 1$$

$$0 \le x_j \le 0.5, \quad j = 1, \cdots, 5$$

Dengan menggunakan model pemrogaram linier diperoleh solusi (0, 0, 0.112821, 0.387179, 0.50), dengan nilai optimal 0.0731128. Nilai optimal portfolio is (0, 0, 0.112821, 0.387179, 0.50) dan nilai optimal possibility return = 0.0731128.
Begitu juga untuk β=0.03, β=0.05 dst.

KESEMPULAN

Dalam paper ini, mempertimbangkan distribusi possibility trapezoidal sebagai distribusi possibility dari rate of returns dalam sekuritas dan mengusulkan sebuah model possibilistic mean *VaR* portfolio. Sebuah pendekatan pemograman possibilistic yang berbasis pada fuzzy *VaR* telah diusulkan. Masalah pemograman possibilistic dapat diselesaikan dengan mentransformasinya ke dalam masalah pemograman linier yang berbasis teori possibilistic. Sebuah contoh numerik diberikan untuk memberikan gambaran bahwa metoda yang diusulkan dapat digunakan secara egisien untuk menyelesaikan masalah pemilihan portfolio.

REFERENCES

[1] Arnott, R.D. and Wanger, W.H., *The measurement and control of trading costs*, Financial Analysts Journal, 46(6), 73-80, 1990.

[2] Bellman, R. and Zadeh, L.A., *Decision making in a fuzzy environment*, Management Science, 17, 141-164, 1970.

[3] Caballero R., Cerda E., Munoz M. M., L. Rey, and I. M. Stancu Minasian. *Efficient solution concepts and their relations in stochastic multi-objective programming*. Journal of Optimization Theory and Applica-tions, 110(1):53-74, 2001.

[4] Carlsson, C. and Fuller, R., *On possibilistic mean value and variance of fuzzy numbers*, Fuzzy sets and systems, 122, 315-326, 2001.

[5] Carlsson, C., Fuller, R. and Majlender, P., *A possibilistic approach to selecting portfolios with highest utilty score*, Fuzzy sets and systems, 131, 13-21, 2002.

[6] Dubois, D. and Prade, H., *Possibility theory*, Plenum press, New York 1998.

[7] Fuller, R. and Majlender, P., *On weighted possibilistic mean value and variance of fuzzy numbers*, Turku Centre for Computer Science, 2002.

[8] Guohua C., *A possibilistic mean VaR model for portfolio selection, AMO-Advanced Modeling and Optimization, Vol. 8, No. 1, 2006*

[9] Hull, J. C., White, D. J., *Value-at-risk when daily changes in market variable are not normally distributed*, Journal of Derivatives 5, 9-19, 1998

[10] Inuiguchi, M. and Ramik, J., *Possibilistic linear programming*: a brief review of fuzzy mathematical programming and a comparison with stochastic programming in portfolio selection problem, Fuzzy Sets and Systems, 111, 3-28, 2000.

[11] Manfred Gilli and Evis K¨ellezi., *A Global Optimization Heuristic for Portfolio Choice with VaR and Expected Shortfall,* This draft: January 2001.

[12] Sudradjat, Sudradjat S., *Mathematical Programming Models for Portfolio Selection*, Editura Unieversității din București, Romania 2007

[13] Sudradjat ,S., Popescu, C. and Ghica, M., .*A portfolio selection problem with a possibilistic approach*, 22ND European Conference on operational research, Prague July 2007.

------Su^{o}----