

**Perhitungan *Expected Shortfall* Investasi Saham dengan Volatilitas
Model *GARCH***

***Calculating Expected Shortfall of Stock Investment with GARCH Model
Volatility***

Dwi Sulistiowati¹, Lienda Noviyanti², dan Anna Chadidjah²

¹*Program Studi Magister Statistika Terapan FMIPA UNPAD*

²*Jurusan Statistika FMIPA UNPAD*

Alamat Korespondensi: Program Studi Magister Statistika FMIPA UNPAD, Jl. Ir. H. Juanda No. 4 Bandung
(email: sulistiowati.dwi8386@yahoo.com)

Singkatan: GARCH : *Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity.*

Perhitungan *Expected Shortfall* Investasi Saham dengan Volatilitas

Model GARCH

Abstrak

Pengukuran risiko merupakan hal yang sangat penting dalam analisis keuangan mengingat hal ini berkenaan dengan investasi dana yang cukup besar yang seringkali pula berkenaan dengan dana publik. Metode yang digunakan untuk mengukur risiko investasi saham salah satunya adalah *Expected Shortfall* (ES). ES merupakan ekspektasi dari kerugian bersyarat melebihi *Value at Risk* (VaR). Salah satu model yang digunakan untuk meramalakan volatilitas yang tidak konstan adalah model *Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity* (GARCH). Untuk menghitung ES dengan data yang menunjukkan penyimpangan dari normalitas digunakan ekspansi *Cornish-Fisher*.

Pada penelitian ini pengukuran ES dilakukan pada data harga penutupan saham Astra International Tbk. (ASII) dengan *return* yang tidak berdistribusi normal dan volatilitas yang tidak konstan. Berdasarkan hasil analisis, model volatilitas yang digunakan adalah model GARCH(1,1). Hasil perhitungan ES dengan menggunakan tingkat kepercayaan 95% dan 99%, memperlihatkan bahwa semakin besar tingkat kepercayaan yang digunakan semakin besar risiko yang akan ditanggung oleh investor.

Kata Kunci: *Expected shortfall, Value at Risk, model GARCH.*

Abstract

The measurement of risk is very important in financial analysis regarding the substantial investment funds are often also with regard to public funds. The method used to measure the risk of stock investments one of them is Expected Shortfall (ES). ES is the conditional expectation of losses exceeds the Value at Risk (VaR). One of the models used to forecast not constant volatility is Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity (GARCH) model. To ES data showing deviations from normality used Cornish-Fisher expansion.

In this study, ES measurements performed on closing stock price data Astra International Tbk. with not normal distribution returns and volatility is not constant. Based on model analysis, volatility model is using GARCH (1.1) model. The results of calculations ES with using confidence level 95% and 99%, show that the greater the level of confidence that is used the greater the risk will be borne by the investor.

Keywords: *Expected shortfall, Value at Risk, GARCH model.*

1. Pendahuluan

Risiko didefinisikan sebagai peluang terjadinya hasil yang tidak diinginkan sehingga risiko hanya terkait dengan situasi yang memungkinkan munculnya hasil negatif serta berkaitan dengan kemampuan memperkirakan terjadinya hasil negatif tadi (Basyaib, 2007). Pada pasar modal harga saham setiap detik dapat berubah-ubah dan memberikan implikasi ke berbagai pihak yang berkepentingan. Penurunan harga saham merupakan risiko utama yang diterima oleh pemegang saham maupun pihak yang sedang menerima jaminan dengan menggunakan saham yang bersangkutan. Penurunan harga saham ini dikenal sebagai risiko pasar pada pasar modal. Penurunan ini disebabkan oleh beberapa faktor, misalnya, kondisi makro ekonomi dan keamanan serta perubahan nilai instrumen pasar uang sebagai akibat pergerakan suku bunga dan nilai tukar (*kurs*) mata uang.

Pengukuran risiko merupakan hal yang sangat penting dalam analisis keuangan mengingat hal ini berkenaan dengan investasi dana yang cukup besar yang seringkali pula berkenaan dengan dana publik. Oleh karena itu diperlukan alat ukur untuk mengukur risiko tersebut, agar dapat diketahui sejauh mana investor dapat dengan aman berinvestasi. Saat ini *Value at Risk (VaR)* merupakan salah satu bentuk pengukuran risiko yang cukup populer dalam analisis risiko keuangan di bidang perbankan yang di syaratkan oleh *Basel Committee on Banking Supervision* pada tahun 1995. Hal ini mengingat ikhwal kesederhanaan dari konsep *VaR* sendiri namun juga memiliki kemampuan implementasi berbagai metodologi statistika yang beragam dan mutakhir. Meskipun *VaR* telah digunakan secara intensif, namun banyak penulis yang menyebutkan kelemahan dari *VaR*. Artzner *et al.* (1997,1999) yang membuktikan bahwa: *VaR* hanya mengukur persentil dari distribusi keuntungan atau kerugian tanpa memperhatikan setiap kerugian yang melebihi tingkat *VaR* dan *VaR* tidak koheren karena tidak memiliki sifat subaditivitas. Oleh karena itu, perlu diteliti metode untuk menentukan risiko yang dapat mengatasi kelemahan-kelemahan tersebut dengan menggunakan *Expected Shortfall (ES)*. Menurut Artzner *et al.* (1997), Acerbi *et al.* (2001), Yamai dan Yoshiba (2002) *ES* merupakan metode pengukuran risiko yang menanggulangi kelemahan-kelemahan dari *VaR*.

Pada penelitian ini dilakukan pengukuran risiko investasi saham dengan *return* yang tidak berdistribusi normal dan volatilitas yang tidak konstan. Metode yang digunakan untuk mengukur risiko investasi saham adalah *Expected Shortfall (ES)*. Model pengukuran volatilitas yang digunakan adalah model *Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*

(*GARCH*). Untuk menghitung *ES* data yang menunjukkan penyimpangan dari normalitas digunakan ekspansi *Cornish-Fisher*.

2. Metode

2.1 Return

Return merupakan hasil yang diperoleh dari suatu investasi. *Return* saham dibedakan menjadi dua yaitu *return* realisasi (*realized return*) dan *return* ekspektasi (*expected return*). *Return* realisasi merupakan *return* yang sudah terjadi yang dihitung berdasarkan data historis. *Return* realisasi ini penting dalam mengukur kinerja perusahaan dan sebagai dasar penentuan *return* dan risiko dimasa mendatang. *Return* ekspektasi merupakan *return* yang diharapkan di masa mendatang dan masih bersifat tidak pasti.

Dari data harga penutupan saham harian dapat dihitung *return* realisasi harian dengan menggunakan *Continuously Compounded Return* atau *Log return* sebagai berikut (Tsay, 2010) :

$$X_t = \ln \frac{P_t}{P_{t-1}}, \quad (1)$$

dengan, X_t adalah *return* harian, P_t adalah harga penutupan saham pada hari ke- t dan P_{t-1} adalah harga penutupan saham pada hari ke- $t-1$, dengan $t=1,2,\dots,T$ periode waktu.

2.2 Uji Normalitas

Uji normalitas bertujuan untuk mengetahui apakah distribusi *return* saham berdistribusi normal atau tidak. Uji normalitas yang digunakan adalah uji *Jarque-Bera (JB)*. Pengujian menggunakan hipotesis sebagai berikut:

H_0 : *Return* berdistribusi normal.

H_1 : *Return* tidak berdistribusi normal.

Statistik uji dengan persamaan sebagai berikut (Jarque & Bera, 1980) :

$$JB = n \left(\frac{\zeta^2}{6} + \frac{(\kappa - 3)^2}{24} \right), \quad (2)$$

dengan:

n = Ukuran sampel

ζ = Skewness

κ = kurtosis .

Kriteria uji: Tolak H_0 jika $JB \geq \chi^2(2)$.

2.3 Model GARCH

Bollerslev pada tahun 1986 memperkenalkan model *Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity (GARCH)*. Dalam model *GARCH* perubahan varians selain dipengaruhi oleh beberapa data acak sebelumnya, juga dipengaruhi oleh sejumlah varians dari data acak sebelumnya. Bentuk persamaan *GARCH* (p,q) adalah sebagai berikut:

$$X_t = \mu_t + a_t, \quad (3)$$

$$a_t = \sigma_t z_t, \quad (4)$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i a_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_j \sigma_{t-j}^2, \quad (5)$$

dengan, X_t merupakan *return* pada waktu t , μ_t adalah rata-rata *return* pada waktu t , z_t merupakan distribusi acak, identik dan independen (iid) dengan rata-rata nol dan varians 1, $\alpha_0 > 0$ dan $\alpha_i \geq 0, \beta_j \geq 0$ dan $\sum_{i=1}^{\max(p,q)} (\alpha_i + \beta_i) < 1$.

2.4 Value at Risk (VaR)

Value at risk (VaR) telah menjadi ukuran risiko yang paling umum digunakan dalam industri perbankan sejak diperkenalkan pada pertengahan tahun 1990-an. *VaR* merupakan pengukuran kemungkinan kerugian terburuk dalam kondisi pasar yang normal pada kurun waktu T dengan tingkat kepercayaan tertentu. VaR_α dinyatakan sebagai bentuk kuantil- α dari distribusi keuntungan dan kerugian $X(t)$ untuk $t=1,2,3,\dots,T$ di mana T adalah periode investasinya. Jika $f(x)$ sebagai fungsi densitas dari $X(t)$ dan $F(x)$ sebagai fungsi distribusi kumulatifnya, secara teknis Artzner *et al.* (1999) mendefinisikan bahwa *VaR* dengan tingkat kepercayaan $100(1-\alpha)\%$ adalah sebagai berikut:

$$X_t = \mu_t + \sigma_t z_t, \quad (6)$$

$$\begin{aligned} VaR_\alpha^t(x) &= -\inf\{x | F(x) \geq \alpha\}, \\ &= -\hat{\mu}_t - \hat{\sigma}_t F^{-1}(\alpha), \end{aligned} \quad (7)$$

dengan:

$$\hat{\mu}_t = \text{Taksiran rata-rata dari } return \text{ pada waktu } t.$$

$$F^{-1}(\alpha) = \text{Kuantil-}\alpha \text{ dari distribusi } z_t.$$

$$\hat{\sigma}_t = \text{variens dari } return \text{ pada waktu } t.$$

2.4 Expected Shortfall (ES)

Artzner et al. (1997) telah mengusulkan *ES* sebagai metode untuk mengatasi masalah yang ada pada *VaR*. Pada distribusi kontinu dengan tingkat kepercayaan $100(1-\alpha)$ dan pada kurun waktu T , *ES* merupakan ekspektasi dari kerugian bersyarat melebihi *VaR*. Secara teknis Yamai dan Yoshihara (2002) mendefinisikan *ES*, dengan X merupakan variabel acak keuntungan atau kerugian dari portofolio dan $VaR_\alpha(X)$ dengan tingkat kepercayaan $100(1-\alpha)\%$, maka *ES* dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} ES_\alpha^t(x) &= -E[X|X \leq VaR_\alpha(X)] \\ &= -\frac{1}{\alpha} \int_{-\infty}^{-VaR_\alpha} xf(x)dx, \\ &= -\hat{\mu}_t + \hat{\sigma}_t \frac{\phi(F^{-1}(\alpha))}{\alpha}, \end{aligned} \quad (8)$$

dengan ϕ merupakan fungsi densitas dari standar normal.

Data keuangan sering menunjukkan sifat *skewness* dan kurtosis berlebih (leptokurtis) yang menunjukkan penyimpangan dari normalitas. *Skewness* dan kelebihan kurtosis dengan menggunakan ekspansi *Cornish-Fisher* untuk menghitung *VaR* dan *ES* diperoleh rumusan sebagai berikut (Situngkir, 2006):

$$VaR_\alpha^t(x) = -\hat{\mu}_t - \hat{\sigma}_t F_{CF}^{-1}(\alpha), \quad (9)$$

$$\begin{aligned} F_{CF}^{-1}(\alpha) &= \phi^{-1}(\alpha) + \frac{\zeta}{6} ([\phi^{-1}(\alpha)]^2 - 1) \\ &\quad + \frac{\kappa - 3}{24} ([\phi^{-1}(\alpha)]^3 - 3\phi^{-1}(\alpha)) \\ &\quad - \frac{\zeta^2}{36} (2[\phi^{-1}(\alpha)]^3 - 5\phi^{-1}(\alpha)) \end{aligned} \quad (10)$$

Sehingga *ES* Persamaan (8) dapat dihitung sebagai berikut:

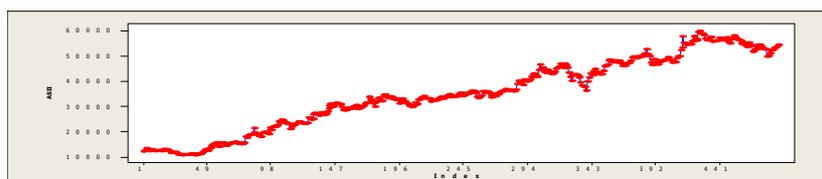
$$ES_\alpha^t(x) = -\hat{\mu}_t + \frac{\hat{\sigma}_t}{\alpha\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(F_{CF}^{-1}(\alpha))^2}{2}} \quad (11)$$

dengan:

$$\begin{aligned} \phi^{-1}(\alpha) &= \text{kuantil-}\alpha \text{ dari distribusi normal} \\ \zeta, \kappa &= \text{skewness dan kurtosis dari } \hat{z}_t, \text{ dengan } \hat{z}_t = \frac{x_t - \hat{\mu}_t}{\hat{\sigma}_t}. \end{aligned}$$

3. Hasil dan Pembahasan

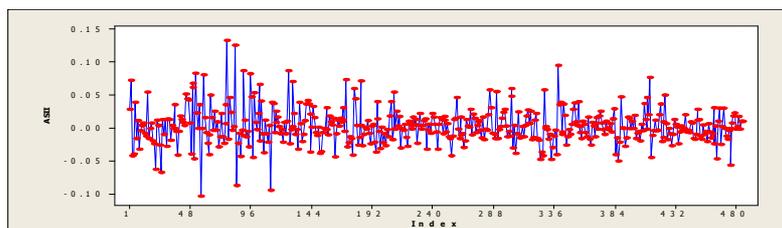
Penelitian dilakukan pada saham Astra International Tbk. (ASII). Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data harga penutupan saham harian dari saham Astra International Tbk. (ASII). Data tersebut merupakan data periode dari tanggal 5 Januari 2009 sampai dengan 30 Desember 2010, yang terdiri dari 486 data.



Gambar 1 Harga penutupan saham ASII (rupiah)

Pada Gambar 1 harga penutupan saham di atas memperlihatkan harga saham ASII tidak stasioner dalam rata-rata dan varians.

Return dari tiap-tiap harga penutupan saham dihitung dengan Persamaan (1). Adapun hasil perhitungan *return* saham harian dapat dilihat pada Gambar 2 dibawah ini.



Gambar 2 Return realisasi harian ASII

Pada Gambar 2 di atas memperlihatkan bahwa data *return* stasioner dalam rata-rata dan varians yang tidak konstan.

Hasil analisis deskriptif dari data *return* dapat dilihat pada Tabel 1 adalah sebagai berikut:

Tabel 1 Analisis Deskriptif Return

Parameter	ASII
Ukuran sampel	485
Minimum	-0.103253
Maximum	0.133531
Rata-rata	0.003088
Median	0
Varians	0.000753
Standard deviasi	0.027436
Skewness	0.63623
Kurtosis	2.963607

3.1 Hasil Perhitungan Uji Normalitas

Uji normalitas di lakukan dengan membandingkan nilai *Jarque-Bera* dengan nilai *chi square* $\chi^2(\alpha = 5\%, df = 2)$ yaitu sebesar 5,99146. Dengan menggunakan Persamaan (2) diperoleh hasil sebagai berikut:

Tabel 2 Hasil Uji Normalitas Return

Statistik	ASII
<i>Jarque-Bera</i>	204.9166
<i>Probability</i>	0
Normalitas	Tidak Normal

Pada Tabel 2 di atas nilai *Jarque-Bera* pada *return* saham ASII menunjukkan bahwa *return* memiliki nilai *Jarque-Bera* lebih besar dari nilai *chi square* $\chi^2(\alpha = 5\%, df = 2)$ sehingga masing-masing *return* saham tidak berdistribusi normal.

3.2 Estimasi Parameter Model GARCH(1,1)

Hasil penaksiran parameter model *GARCH(1,1)* *return* penutupan saha ASII adalah sebagai berikut:

Tabel 3 Model GARCH(1,1) Return ASII

Dependent Variable: RETURN				
Method: ML – ARCH (Marquardt) – Normal distribution				
Date: 02/24/12 Time: 09:01				
Sample: 1 485				
Included observations: 485				
Convergence achieved after 11 iterations				
Presample variance: backcast (parameter = 0.7)				
GARCH = C(2) + C(3)*RESID(-1)^2 + C(4)*GARCH(-1)				
Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	0.002532	0.001137	2.226442	0.0260
Variance Equation				
C	1.46E-05	5.31E-06	2.756013	0.0059
RESID(-1)^2	0.058918	0.014361	4.102545	0.0000
GARCH(-1)	0.919429	0.015245	60.30989	0.0000
R-squared	-0.000411	Mean dependent var		0.003088
Adjusted R-squared	-0.000411	S.D. dependent var		0.027436
S.E. of regression	0.027442	Akaike info criterion		-4.452409
Sum squared resid	0.364482	Schwarz criterion		-4.417901
Log likelihood	1083.709	Hannan-Quinn criter.		-4.438850
Durbin-Watson stat	1.997900			

Dari Tabel 3 di atas hasil penaksiran parameter model *GARCH(1,1)* adalah signifikan. Hal ini dapat dilihat dari nilai probabilitas parameter yang lebih kecil dari $\alpha=5\%$, sehingga *return* saham model *GARCH(1,1)* dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$X_t = 0.002532 + a_t, \quad (12)$$

$$\sigma_t^2 = 0.0000146 + 0.058918a_{t-1}^2 + 0.919429\sigma_{t-1}^2 \quad (13)$$

Dari persamaan di atas maka prediksi untuk standard deviasi *return* untuk $t=485$ dengan menggunakan data historis adalah sebagai berikut:

Tabel 4 Hasil peramalan standar deviasi *return*

Saham	Varians	Std. Deviasi
ASII	0.000441	0.021000845

Dari Tabel 4 di atas memperlihatkan nilai varians dan standar deviasi dengan menggunakan model *GARCH(1,1)* memberikan nilai yang lebih kecil jika di dibandingkan dengan varians dan standar deviasi tanpa dilakukan pemodelan.

3.3 Hasil Perhitungan *VaR* dan *ES*

Dalam perhitungan *VaR* dan *ES* digunakan ekspansi *Cornish-Fisher* dari Persamaan (9) dan (11) karena *skewness* dan kurtosis yang menunjukkan penyimpangan dari normalitas. Tingkat kepercayaan yang digunakan untuk menghitung *VaR* dan *ES* adalah sebesar 95% dan 99% dengan *return* 485 hari transaksi. Hasil perhitungan *VaR* dan *ES* untuk saham ASII dapat dilihat pada Tabel 5 di bawah ini:

Tabel 5 Hasil Perhitungan *VaR* dan *ES* dengan $\alpha=5\%$

Saham	ASII
rata-rata	0.002532
Varians	0.000441
Std. Deviasi	0.021001
Skewness z	0.636230
Kurtosis z	2.963607
$\Phi^{-1}(5\%)$	-1.644854
$F_{5\%,CF}^{-1}$	-1.457132
<i>VaR</i> _{5%}	0.028069
<i>ES</i> _{5%}	0.055416

Dari Tabel 5 di atas dengan ekspansi *Cornish-Fisher* menghasilkan nilai yang lebih besar dari kuantil distribusi normal baku. Nilai *VaR* saham ASII sebesar 0.028069, artinya apabila dimisalkan untuk saham ASII dilakukan investasi sebesar Rp. 1 juta, pada 24 hari (5% x 485 hari) periode investasi dengan tingkat kepercayaan 95% maksimum kerugian yang bisa terjadi yang harus ditanggung oleh investor sebesar Rp. 28.069,00. Nilai *ES* saham ASII adalah 0.055416, artinya jika investor menginvestasi sebesar Rp. 1 juta, pada 24 hari (5% x 485 hari) periode investasi dengan tingkat kepercayaan 95% ekspektasi kerugian yang bisa terjadi yang harus ditanggung oleh investor sebesar Rp. 55.416,00.

Selanjutnya dengan cara yang sama untuk saham ASII dengan menggunakan $\alpha = 1\%$, maka didapat hasil seperti tercantum pada Tabel 6 di bawah ini:

Tabel 6 Hasil Perhitungan VaR dan ES dengan $\alpha=1\%$

Saham	ASII
rata-rata	0.002532
Varians	0.000441
Std. Deviasi	0.021001
Skewness z	0.636230
Kurtosis z	2.963607
$\Phi^{-1}(1\%)$	-2.32635
$F_{1\%,CF}^{-1}$	-1.69767
$VaR_{1\%}$	0.033121
$ES_{1\%}$	0.195722

Dari Tabel 6 di atas nilai VaR saham ASII sebesar 0.033121, artinya apabila dimisalkan untuk saham ASII dilakukan investasi sebesar Rp. 1 juta, pada 5 hari ($1\% \times 485$ hari) periode investasi dengan tingkat kepercayaan 99% maksimum kerugian yang bisa terjadi yang harus ditanggung oleh investor sebesar Rp. Rp. 33.121,00. Nilai ES saham ASII adalah 0.195722, artinya jika investor menginvestasi sebesar Rp. 1 juta, pada 5 hari ($1\% \times 485$ hari) periode investasi dengan tingkat kepercayaan 99% ekspektasi kerugian yang bisa terjadi yang harus ditanggung oleh investor sebesar Rp. 195.7212,00.

4. Kesimpulan dan Saran

Dari analisis data return penutupan saham harian Astra International Tbk. (ASII) dapat disimpulkan bahwa model GARCH(1,1) merupakan model yang cukup baik untuk meramalkan volatilitas *return* saham harian. Nilai ES lebih besar dari VaR , yang memberikan informasi kepada investor masalah kerugian melebihi tingkat VaR . Apa bila kerugian lebih besar dari VaR , maka ES bisa mengatasi nilai kerugian bagi investor. Berdasarkan hasil perhitungan VaR dan ES dengan menggunakan tingkat kepercayaan 95% dan 99%, memperlihatkan semakin besar tingkat kepercayaan yang digunakan semakin besar risiko yang akan ditanggung oleh investor.

Dalam penelitian ini penulis fokus pada perhitungan ES dengan menggunakan model volatilitas *GARCH* dan penggunaan ekspansi *Cornish-Fisher* untuk data yang tidak normal. Untuk penelitian lebih lanjut perhitungan ES dalam menentukan volatilitas dapat dilakukan dengan menggunakan model volatilitas *time series* yang lain, misalkan dengan model volatilitas *Exponentially Weighted Moving Average (EWMA)*.

DAFTAR PUSTAKA

- Acerbi, C., Nardio, C. & Sirtori, C. 2001. *Expected Shortfall as a Tool for Financial Risk Management*. Working Paper. Italian Association for Financial Risk Management. <http://arxiv.org/pdf/cond-mat/0102304>
- Artzner, P., Eber, F. Delbaen, Eber, J. M. & Heath, D. 1997. Thinking Coherently. *Risk* 10 : 68-71.
- _____ 1999. Coherent Measures of Risk. *Mathematical Finance* 9 : 203-228.
- Basyaib, Fachmi, 2007. *Manajemen Resiko*. Grasindo. Jakarta.
- Bollerslev, Tim. 1986. Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity. *Journal of Econometrics* 31 : 307-327.
- Engle, Robert F. 1982. Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimate of the Variance of United Kingdom inflation. *Econometrica* 4 : 987-1008.
- Jarque, Carlos M. & Bera, Anil K. (1980). Efficient tests for normality, homoscedasticity and serial independence of regression residuals. *Economics Letters* 6 : 255-259.
- Lee, John H. H. 1991. A Lagrange Multiplier Test for GARCH Models. *Economics Letters* 37 : 265-271.
- Situngkir, Hokky. 2006. Value at Risk yang Memperhatikan Sifat Statistika Distribusi Return. Bandung Fe Institute. URL: <http://mpira.ub.uni-muenchen.de/895/>
- Tsay, Ruey S. 2010. *Analysis of Financial Time Series*. John Wiley & Sons. Inc. New York.
- Yamai, Y. & Yoshiba, T. 2002. On the Validity of Value-at-Risk: Comparative Analysis with Expected Shortfall. *Monetary and Economic Studies* 20 : 57-86.