

PEMODELAN AUTOREGRESIF SPASIAL DENGAN MENGUNAKAN VARIABEL LATEN

Ronald Ahmad Hazief

Universitas Padjadjaran

Program Pendidikan Magister Program Studi Statistika Terapan, Konsentrasi
Statistika Sosial

Email : ronalt.ahmad@gmail.com

Abstrak. Penelitian ini mengkaji mengenai pemodelan regresi pada data respon yang berautokorelasi spasial. Tujuan analisis adalah untuk menaksir parameter model. Model yang digunakan adalah model autoregresif spasial yang dikembangkan oleh Anselin (1988) melalui pendekatan lag spasial dengan menggunakan variabel laten (Folmer and Oud, 2008). Indikator untuk variabel laten dibentuk melalui transformasi bobot spasial dengan variabel respon. Penaksiran parameter model dilakukan melalui metode Maksimum *Likelihood* dengan menambahkan koreksi Jacobian pada fungsi *Log-Likelihood* dikarenakan adanya autokorelasi spasial pada variabel respon. *Software* SEM komersil seperti LISREL, MPLUS dan EQS tidak memungkinkan untuk menambahkan koreksi Jacobian pada fungsi Log-Likelihood sehingga penaksiran parameter model menggunakan *software* R dengan *package* OpenMx.

Kata Kunci : Autoregresif spasial, SEM, Autokorelasi spasial, Matriks bobot spasial, Variabel laten

1. Pendahuluan

Analisis regresi klasik dapat digunakan untuk mengetahui hubungan kejadian diare dengan variabel-variabel penjelasnya, namun seiring dengan perkembangan riset, para peneliti dihadapkan dengan kenyataan bahwa efek spasial tidak dapat diabaikan begitu saja, dalam arti ketika observasi yang kita kumpulkan berasal dari titik-titik atau wilayah-wilayah yang terletak dalam ruang akan sangat mungkin memiliki ketidakbebasan secara spasial (observasi dari satu lokasi akan cenderung terkait dengan observasi yang berdekatan). Hal tersebut sesuai dengan hukum pertama geografi yang dikemukakan oleh Tobler (dalam Anselin, 1988) yaitu '*everything is related to everything else, but near things are more related than distant things*'. Fenomena tersebut mengakibatkan analisis regresi klasik akan menjadi tidak tepat digunakan ketika data yang kita teliti memiliki efek spasial.

Efek spasial terbagi menjadi dua yaitu *spatial dependence* (autokorelasi spasial) dan *spatial heterogeneity*. *Spatial dependence* terjadi ketika suatu observasi yang

tercatat pada satu titik dalam ruang terkait dengan suatu observasi pada titik lainnya. *Spatial heterogeneity* terjadi ketika terdapat variasi dalam *relationship* (hubungan) antara observasi di seluruh ruang.

Anselin (1988) memberikan pendekatan dengan menggunakan model regresi spasial yang melibatkan efek-efek spasial dalam model regresi. Terdapat dua model regresi spasial, yaitu; model autoregresif spasial atau *spatial lag* (SAR) dan model *spatial error* (SeM). Model regresi spasial bergantung pada matriks bobot spasial yang biasanya dinotasikan dengan \mathbf{W} yang merepresentasikan *spatial dependence*. Matriks bobot spasial akan sangat mempengaruhi akurasi taksiran model regresi spasial. Taksiran dan inferensi model regresi spasial menjadi sensitif terhadap matriks bobot spasial yang digunakan (perbedaan pilihan untuk \mathbf{W} dapat membuat taksiran dan inferensi yang sangat berbeda).

Dalam dua dekade terakhir, telah banyak perkembangan secara teoritis dan metodologi dalam menentukan struktur dasar matrik bobot spasial (Folmer and Oud, 2008), namun biasanya pemilihan bobot spasial berbeda untuk setiap aplikasi, tidak hanya bergantung kepada konteks bidangnya (demografi, sosial, ekonomi atau geografi) tapi bergantung juga pada ketersediaan data. Selain dari itu, kita tidak dapat mengukur kesalahan pengukuran dari \mathbf{W} yang kita gunakan. Folmer dan Oud (2008) memberikan pendekatan alternatif terhadap masalah tidak fleksibelnya matriks bobot spasial dalam memberikan informasi terhadap *spatial dependence*. Pendekatan tersebut dilakukan dengan menggunakan *Structural Equation Modeling*, variabel lag spasial $\mathbf{W}y$ dalam model struktural digantikan dengan variabel laten dan memodelkan hubungan antara variabel lag spasial laten dengan variabel observasinya dalam model pengukuran.

Atas dasar inilah, penulis ingin melakukan kajian mengenai pemodelan autoregresif spasial dengan menggunakan variabel laten.

2. Model Regresi Spasial

Model regresi secara umum memiliki bentuk:

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (1)$$

dimana: \mathbf{y} adalah vektor observasi pada variabel dependen berukuran $n \times 1$

\mathbf{X} adalah matriks observasi pada variabel independen yang berukuran $n \times k$

$\boldsymbol{\beta}$ adalah vektor koefisien regresi yang berukuran $k \times 1$

$\boldsymbol{\varepsilon}$ adalah vektor *error* yang berukuran $n \times 1$ dengan $\boldsymbol{\varepsilon} \sim (0, \sigma^2 I_n)$

Untuk melibatkan autokorelasi spasial ke dalam model regresi, maka spesifikasi model regresi menjadi model autoregresif spasial dan model error spasial.

2.1 Model Autoregresif Spasial

Model autoregresif spasial mengukur keterkaitan nilai-nilai pada tiap lokasi dengan nilai-nilai pada lokasi tetangganya. Misalkan $y(A_i): A_i \in (A_1, \dots, A_n)$ merupakan proses acak Gaussian dimana (A_1, \dots, A_n) adalah n lokasi yang berbeda.

Nilai variabel y pada lokasi A_i bergantung pada nilai variabel y pada lokasi A_j (tetangganya). Untuk memodelkan keterkaitan tersebut melalui model:

$$\mathbf{y} = \rho \mathbf{W}\mathbf{y} + \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (2)$$

dimana: \mathbf{y} adalah vektor observasi pada variabel dependen berukuran $n \times 1$

ρ adalah parameter autoregresif spasial

$\mathbf{W} = ((w_{ij}))$ adalah matriks bobot spasial yang berukuran $n \times n$

\mathbf{X} adalah matriks observasi pada variabel independen yang berukuran $n \times k$

$\boldsymbol{\beta}$ adalah vektor koefisien regresi yang berukuran $k \times 1$

$\boldsymbol{\varepsilon}$ adalah vektor *error* yang berukuran $n \times 1$ dengan $\boldsymbol{\varepsilon} \sim (0, \sigma^2 I_n)$

2.2 Model Error Spasial

Error dalam model statistika adalah variabel acak yang tidak teramati yang menggambarkan efek semua faktor yang tidak dapat dijelaskan yang menyebabkan nilai suatu variabel berbeda dari rata-rata populasi.

Jika *error* pada tiap lokasi bergantung pada *error* lokasi yang lain, maka hal ini dikatakan *error* berautokorelasi spasial, sehingga asumsi homoskedastisitas dan *error* tidak berkorelasi tidak terpenuhi.

Spesifikasi untuk model *error* spasial adalah:

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (3)$$

dengan

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \lambda \mathbf{W}\boldsymbol{\varepsilon} + \boldsymbol{\xi} \quad (4)$$

dimana: \mathbf{y} adalah vektor observasi pada variabel dependen berukuran $n \times 1$

\mathbf{X} adalah matriks observasi pada variabel independen yang berukuran $n \times k$

$\boldsymbol{\beta}$ adalah vektor koefisien regresi yang berukuran $k \times 1$

$\boldsymbol{\varepsilon}$ adalah vektor *error* yang berukuran $n \times 1$ dengan $\boldsymbol{\varepsilon} \sim (0, \sigma^2 I_n)$

λ adalah koefisien *error lag* $W\boldsymbol{\varepsilon}$

$\boldsymbol{\xi}$ adalah vektor *error* yang tidak berkorelasi dan homoskedastisitas

3. Model Persamaan Struktural

Structural Equation Modeling (SEM) adalah suatu teknik statistik yang proses pengolahannya secara simultan melibatkan kekeliruan pengukuran, variabel indikator dan variabel laten. Variabel laten adalah variabel yang tidak dapat diukur secara langsung sehingga variabel tersebut dibentuk atau dijelaskan oleh variabel indikator (*observable variable*). Nama lain dari variabel laten adalah faktor atau *construct variable*, sedangkan nama lain dari *observable variable* adalah *measurement variable*, *indicator variable* atau manifes.

Pada umumnya model LISREL yang lengkap terdiri dari dua bagian (Jöreskog dan Sörbom, 1996), yaitu:

- 1) *Measurement Model*, bagian ini ditujukan untuk menguji apakah variabel-variabel indikator yang digunakan dapat mengkonfirmasi sebuah variabel laten.
- 2) *Structural Equation Model*, bagian ini ditujukan untuk menguji hubungan sebab akibat antar variabel laten.

Dengan menggunakan notasi, model LISREL dapat ditulis sebagai berikut:

Model persamaan struktural memiliki bentuk:

$$\boldsymbol{\eta} = \mathbf{B}\boldsymbol{\eta} + \boldsymbol{\Gamma}\boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{\zeta} \quad (5)$$

Model pengukuran Y memiliki bentuk:

$$\mathbf{y} = \boldsymbol{\Lambda}_y \boldsymbol{\eta} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (6)$$

dan model pengukuran untuk X memiliki bentuk:

$$\mathbf{x} = \boldsymbol{\Lambda}_x \boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{\delta} \quad (7)$$

dimana: \mathbf{y} adalah vektor variabel manifes endogen yang berukuran $p \times 1$

\mathbf{x} adalah vektor variabel manifes eksogen yang berukuran $q \times 1$

$\boldsymbol{\eta}$ adalah vektor variabel laten endogen yang berukuran $m \times 1$

$\boldsymbol{\xi}$ adalah vektor variabel laten eksogen yang berukuran $n \times 1$

$\boldsymbol{\varepsilon}$ adalah vektor error untuk variabel endogen yang berukuran $p \times 1$

$\boldsymbol{\delta}$ adalah vektor error untuk variabel eksogen yang berukuran $q \times 1$

$\boldsymbol{\zeta}$ adalah vektor error untuk variabel laten endogen yang berukuran $m \times 1$

$\boldsymbol{\Gamma}$ adalah matriks koefisien jalur untuk hubungan variabel laten endogen dan variabel laten eksogen yang berukuran $m \times n$

\mathbf{B} adalah matriks koefisien jalur untuk hubungan antar variabel laten endogen yang berukuran $m \times m$

$\boldsymbol{\Lambda}_y$ adalah matriks koefisien jalur dari hubungan variabel endogen ke variabel laten endogen yang berukuran $p \times m$

$\boldsymbol{\Lambda}_x$ adalah matriks koefisien jalur dari hubungan variabel eksogen ke variabel laten eksogen yang berukuran $q \times n$

$\boldsymbol{\Phi}$ adalah matriks kovarian dari $\boldsymbol{\xi}$

$\boldsymbol{\Psi}$ adalah matriks kovarian dari $\boldsymbol{\zeta}$

$\boldsymbol{\Theta}_\varepsilon$ adalah matriks kovarian dari $\boldsymbol{\varepsilon}$

$\boldsymbol{\Theta}_\delta$ adalah matriks kovarian dari $\boldsymbol{\delta}$

n adalah jumlah variabel laten endogen

m adalah jumlah variabel laten eksogen

p adalah jumlah variabel endogen

q adalah jumlah variabel eksogen

Salah satu langkah pembuatan model dengan metode SEM adalah dengan membuat diagram jalur. Dalam diagram jalur terdapat gambar persegi dan gambar elips atau lingkaran yang dihubungkan dengan anak panah. Menurut notasi Wright's gambar persegi menunjukkan variabel observasi sedangkan gambar elips atau lingkaran menunjukkan variabel laten. Garis dengan arah panah satu arah menunjukkan hubungan sebab akibat antarvariabel, sedangkan garis atau kurva dengan anak panah dua arah menunjukkan kovarian atau korelasi antar variabel tanpa adanya hubungan sebab akibat.

Terdapat beberapa estimator untuk SEM, salahsatunya adalah Maksimum *Likelihood* (ML). Metode penaksiran ML dilakukan dengan cara memaksimumkan fungsi log-likelihood untuk delapan matriks parameter pada persamaan 5 – 7 yaitu:

$$\ell(\theta|Y) = -\frac{N}{2} \ln|\Sigma| - \frac{N}{2} tr(\mathbf{S}\Sigma^{-1}) - \frac{pN}{2} \ln 2\pi \quad (8)$$

4. Model Autoregresif Spasial Laten

Persamaan 2 dapat dituliskan dalam bentuk model persamaan struktural menjadi:

$$\mathbf{y} = \rho \mathbf{y}_w + \gamma^T \mathbf{x} + \varepsilon \quad (9)$$

Dimana: \mathbf{y}_w adalah vektor variabel lag spasial

\mathbf{x} adalah vektor variabel eksplanatori

Agar penaksir dari model persamaan 9 menjadi tidak bias dan konsisten, maka kita harus menghitung bahwa \mathbf{y}_w adalah transformasi dari $\mathbf{W}\tilde{\mathbf{y}}$ untuk variabel dependen dan tidak dapat diasumsikan tidak berkorelasi dengan *error*. Persamaan 9 dapat ditulis menjadi bentuk:

$$(\mathbf{A}\tilde{\mathbf{y}} - \tilde{\mathbf{X}}\gamma) = \tilde{\varepsilon} \quad (10)$$

Sehingga $\ln|\mathbf{A}|$ harus ditambahkan ke dalam fungsi *log-likelihood* pada persamaan 8 dengan

$$\mathbf{A} = \mathbf{I} - \rho \mathbf{W} \quad (11)$$

Untuk model autoregresif spasial laten, variabel lag spasial \mathbf{y}_w pada persamaan 9 digantikan dengan variabel laten η , sehingga model persamaannya menjadi:

$$\mathbf{y} = \rho \eta + \gamma^T \mathbf{x} + \zeta \quad (12)$$

dan persamaan pengukurannya adalah:

$$\mathbf{y} = \Lambda \eta + \varepsilon \quad (13)$$

dengan

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{\Lambda} = \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{\Theta} = \begin{bmatrix} \sigma_{\varepsilon_1}^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{\varepsilon_2}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{\varepsilon_3}^2 \end{bmatrix}$$

Model pengukuran dibentuk dengan menggunakan fungsi-fungsi seleksi atau matriks seleksi \mathbf{W}_i yang mentransformasikan observasi yang sesuai dari vektor observasi berikut:

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{y}}_1 &= \mathbf{W}_1 \tilde{\mathbf{y}}, \\ \tilde{\mathbf{y}}_2 &= \mathbf{W}_2 \tilde{\mathbf{y}}, \\ \tilde{\mathbf{y}}_3 &= \mathbf{W}_3 \tilde{\mathbf{y}}, \end{aligned} \quad (14)$$

\mathbf{W}_1 mentransformasikan observasi untuk indikator pertama $\tilde{\mathbf{y}}_1$, \mathbf{W}_2 untuk indikator kedua $\tilde{\mathbf{y}}_2$ dan seterusnya.

Persamaan 14 dapat dituliskan dalam bentuk:

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{y}}_1 &= \mathbf{W}_1 \tilde{\mathbf{y}} = \lambda_1 \tilde{\boldsymbol{\eta}} + \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_1, \\ \tilde{\mathbf{y}}_2 &= \mathbf{W}_2 \tilde{\mathbf{y}} = \lambda_2 \tilde{\boldsymbol{\eta}} + \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_2, \\ \tilde{\mathbf{y}}_3 &= \mathbf{W}_3 \tilde{\mathbf{y}} = \lambda_3 \tilde{\boldsymbol{\eta}} + \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_3 \end{aligned} \quad (15)$$

Dari persamaan 12 dan 13 autokorelasi spasial digambarkan oleh dua parameter (ρ dan λ_i), sedangkan pada model autoregresif spasial manifest hanya digambarkan melalui rata-rata efek, ρy_w . Dengan adanya lag spasial yang mengakibatkan observasi menjadi tidak independen, maka fungsi *log-likelihood* SEM yang umum perlu dikoreksi. Persamaan 3.7 dapat dituliskan menjadi:

$$\tilde{\boldsymbol{\eta}} = \left(\frac{1}{3\lambda_1} \mathbf{W}_1 + \frac{1}{3\lambda_2} \mathbf{W}_2 + \frac{1}{3\lambda_3} \mathbf{W}_3 \right) \tilde{\mathbf{y}} - \frac{1}{3\lambda_1} \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_1 - \frac{1}{3\lambda_2} \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_2 - \frac{1}{3\lambda_3} \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_3 \quad (16)$$

Persamaan 15 dapat dituliskan dalam bentuk unit observasi:

$$\tilde{\mathbf{y}} = \rho \tilde{\boldsymbol{\eta}} + \tilde{\mathbf{X}}\boldsymbol{\gamma} + \tilde{\boldsymbol{\zeta}} \quad (17)$$

subtitusikan sisi kanan persamaan 16 ke persamaan 17,

$$\left(\mathbf{I} - \frac{\rho}{3\lambda_1} \mathbf{W}_1 - \frac{\rho}{3\lambda_2} \mathbf{W}_2 - \frac{\rho}{3\lambda_3} \mathbf{W}_3 \right) \tilde{\mathbf{y}} = \tilde{\mathbf{X}}\boldsymbol{\gamma} + \tilde{\boldsymbol{\zeta}} - \frac{\rho}{3\lambda_1} \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_1 - \frac{\rho}{3\lambda_2} \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_2 - \frac{\rho}{3\lambda_3} \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_3 \quad (18)$$

$$\mathbf{A}\tilde{\mathbf{y}} - \tilde{\mathbf{X}}\boldsymbol{\gamma} = \tilde{\boldsymbol{\zeta}} - \frac{\rho}{3\lambda_1} \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_1 - \frac{\rho}{3\lambda_2} \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_2 - \frac{\rho}{3\lambda_3} \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_3 \quad (19)$$

$$\mathbf{\Omega}^{-1/2} (\mathbf{A}\tilde{\mathbf{y}} - \tilde{\mathbf{X}}\boldsymbol{\gamma}) = \tilde{\mathbf{v}}$$

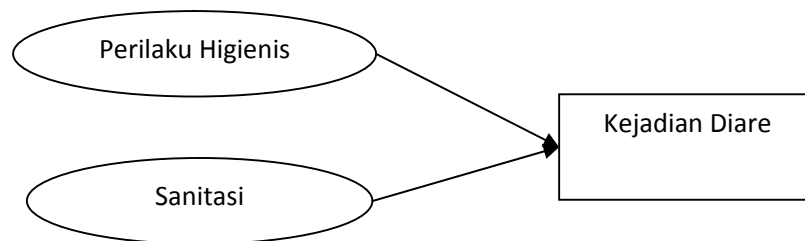
$$\text{dengan } \mathbf{\Omega} = \mathbf{I} \left(\sigma_{\zeta}^2 + \frac{\rho^2}{3^2 \lambda_1^2} \sigma_{\varepsilon_1}^2 + \frac{\rho^2}{3^2 \lambda_2^2} \sigma_{\varepsilon_2}^2 + \frac{\rho^2}{3^2 \lambda_3^2} \sigma_{\varepsilon_3}^2 \right)$$

sehingga $\ln|\mathbf{A}|$ harus ditambahkan ke dalam fungsi *log-likelihood* pada persamaan 8 dengan

$$\mathbf{A} = \mathbf{I} - \frac{\rho}{3\lambda_1} \mathbf{W}_1 - \frac{\rho}{3\lambda_2} \mathbf{W}_2 - \frac{\rho}{3\lambda_3} \mathbf{W}_3 \quad (20)$$

5. Data dan Hasil Penaksiran

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data kejadian diare di Pulau Jawa pada tahun 2005 yang bersumber dari BPS. Penyakit diare disebabkan oleh kuman melalui koordinasi makanan atau minuman yang tercemar tinja dan kontak langsung dengan penderita serta lingkungan (Direktorat Jendral PPM dan PL, 2005 dalam Arumsari dan Sutikno, 2010). Faktor dominan penyebab diare adalah sarana air bersih dan pembuangan tinja (Dinas Kesehatan Provinsi Jawa Tengah, 2006). Menurut Abdoerrahman dkk (dalam Arumsari dan Sutikno, 2010) penyebab diare secara langsung di antaranya melalui infeksi, makanan basi, makanan tidak bersih atau beracun, alergi, imunodefisiensi sedangkan penyebab tidak langsung di antaranya dipengaruhi oleh sanitasi, keadaan gizi, kepadatan penduduk, sosial ekonomi, sosial budaya dan faktor lain seperti iklim. Berdasarkan uraian tersebut, maka kita dapat menyimpulkan bahwa kejadian diare terkait akan dua faktor yaitu perilaku higienis dan sanitasi (sarana dan prasarana), sehingga hubungan kausalnya dapat digambarkan sebagai berikut:



Variabel laten perilaku higienis dapat direpresentasikan oleh pendidikan ibu (kemampuan ibu dalam membaca atau menulis), sedangkan variabel laten sanitasi dibentuk oleh tiga indikator formatif yaitu rumah tangga yang menggunakan toilet sendiri, rumah tangga yang menggunakan septitank serta rumah tangga dengan sumber air minum ledeng. Variabel laten perilaku higienis hanya memiliki satu indikator, sehingga kita dapat menganggapnya sebagai *observed*. Ketika kita mengukur variabel kejadian diare dengan unit observasinya berupa wilayah, akan sangat mungkin terjadi ketidakbebasan spasial (observasi dari satu lokasi akan cenderung terkait dengan observasi yang berdekatan), hal ini terjadi karena diare tergolong penyakit epidemiologi, hal ini akan mengakibatkan penyertaan variabel lag spasial yang merepresentasikan autokorelasi spasial antar observasi pada variabel

kejadian diare, sehingga modelnya menjadi seperti yang ditunjukkan pada diagram 1 berikut:

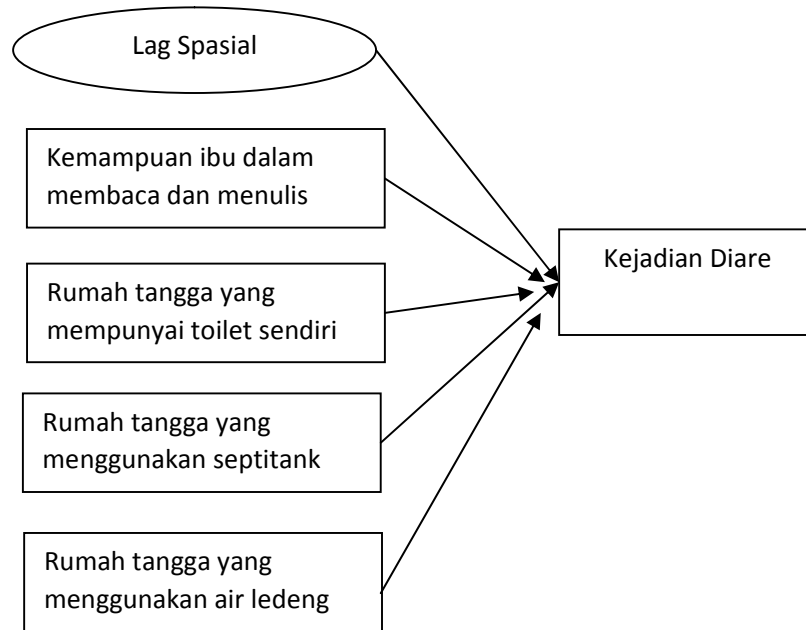
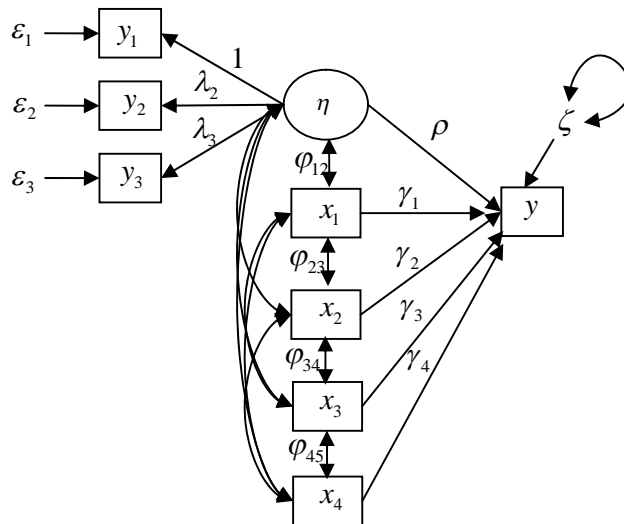


Diagram 1 Konseptual Model Kejadian Diare

Berdasarkan konseptual model pada diagram 1, maka variabel-variabel yang digunakan pada model autoregresif spasial untuk kejadian diare adalah: untuk variabel dependen (y) adalah persentase kejadian diare, sedangkan untuk variabel independennya yaitu persentase ibu yang mampu membaca dan menulis (x_1), persentase rumah tangga yang menggunakan toilet sendiri (x_2), persentase rumah tangga yang toiletnya menggunakan septitank (x_3) dan persentase rumah tangga yang menggunakan air minum ledeng (x_4). Matriks bobot spasial yang digunakan yaitu kontiguitas ratu (y_1), 4 tetangga terdekat (y_2) dan *inverse distance* (y_3). Bentuk diagram jalur untuk penelitian ini ditampilkan pada gambar 2.



Gambar 2 Diagram Jalur Model Kejadian Diare

Estimasi parameter model dilakukan dengan menggunakan bantuan *package* OpenMx pada *software* R. Hasil penaksiran parameter dapat dilihat pada tabel 1.

Tabel 1 Nilai Taksiran Parameter Kausal

No	Parameter	Estimate	Std.Error	z-value	p-value
1	λ_2	0,718	0,152	4,711	0,000
2	λ_3	0,015	0,009	1,775	0,052
3	ρ	0,313	0,156	2,004	0,035
4	γ_1	-0,086	0,071	-1,222	0,124
5	γ_2	-0,119	0,045	-2,618	0,012
6	γ_3	0,119	0,039	3,069	0,005
7	γ_4	-0,082	0,056	-1,454	0,087

dengan taksiran varians kekeliruan struktural adalah:

$$\hat{\Psi} = [34,314]$$

Taksiran matriks kovarians variabel eksogen adalah:

$$\Phi = \begin{bmatrix} 21,630 \\ -9,005 & 97,971 \\ 8,193 & 55,571 & 238,030 \\ 18,085 & 112,895 & 208,213 & 499,773 \\ 16,193 & 30,484 & 81,952 & 159,791 & 153,298 \end{bmatrix}$$

dan taksiran vektor varians kekeliruan pengukuran lag spasial adalah:

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} 2,009 \\ 6,759 \\ 13,149 \end{bmatrix}$$

Untuk ukuran kecocokan model dapat dilihat pada tabel 2.

Tabel 2 Ukuran Kecocokan Model

No	Kriteria	Hasil Uji	Keterangan
1	<i>p-value chi-square</i>	0,002	<i>poor fit</i>
2	<i>Normed chi-square</i>	2,683	<i>good fit</i>
3	RMSEA	0,12	<i>poor fit</i>
4	RMR	0,06	<i>good fit</i>

Berdasarkan Indeks *Normed chi-square* dan RMR, maka model dianggap telah cocok dengan data. Untuk parameter kausal, jika kita menggunakan tingkat kekeliruan sebesar 10%, hanya kemampuan ibu dalam membaca dan menulis yang tidak signifikan, sedangkan untuk variabel independen yang lainnya signifikan dalam menjelaskan kejadian diare. Efek spasial yang direpresentasikan oleh parameter ρ sebesar 0,13% memiliki makna yaitu setiap kenaikan 1% rata-rata kejadian diare di wilayah sekitar suatu Kabupaten/Kota akan meningkatkan rata-rata kejadian diare di wilayah tersebut sebesar 0,313%.

Koefisien determinasi model yang menunjukkan ukuran kekuatan model sebesar 15,32%. Hal ini memiliki makna 15,32% variasi kejadian diare dapat dijelaskan oleh model. Terlihat bahwa R^2 masih terlalu kecil untuk bisa menjelaskan model, hal ini dapat disebabkan oleh adanya *omitted*.

6. Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan pada uraian sebelumnya dapat disimpulkan bahwa:

- 1) Pendekatan variabel lag spasial menggunakan variabel laten memiliki beberapa keuntungan dibandingkan dengan model regresi spasial klasik diantaranya yaitu kita dapat menggunakan secara simultan berbagai tipe bobot spasial, selain itu

kita dapat melibatkan kekeliruan pengukuran dari variabel lag spasial serta kita dapat memitigasi risiko multikolinieritas antar variabel lag spasial.

- 2) Pengujian *spatial dependence* dilakukan melalui pengujian signifikansi parameter variabel laten lag spasial.
- 3) Untuk kasus kejadian diare di Pulau Jawa, terdapat efek spasial yang memiliki makna yaitu setiap observasi untuk variabel respon saling berkaitan satu sama lain, dimana setiap kenaikan 1% rata-rata kejadian diare di wilayah sekitar suatu Kabupaten/Kota akan meningkatkan rata-rata kejadian diare di wilayah tersebut sebesar 0,31%.
- 4) Variabel yang memiliki kontribusi terbesar dalam menurunkan kejadian diare di Pulau Jawa adalah rumah tangga yang menggunakan toilet sendiri.
- 5) Koefisien determinasi model yang kecil sebesar 15,32% mungkin dikarenakan adanya variabel penting yang tidak dilibatkan dalam pemodelan atau juga bisa dikarenakan unit observasinya berupa kabupaten/kota.
- 6) Penggunaan bobot spasial kontiguitas ratu dan 4 tetangga terdekat untuk kasus kejadian diare di Pulau Jawa merupakan indikator yang baik dalam merepresentasikan variabel lag spasial jika dilihat dari muatan faktornya, sedangkan *inverse distance* meskipun berarti dalam merepresentasikan lag spasial, tapi memiliki muatan faktor yang kecil.

7. Daftar Pustaka

- Arumsari, N., Sutikno. 2010. Seminar Nasional Pascasarjana X – ITS. ISBN No. 979-545-0270-1
- Anselin, L. 1988. *Spatial Econometrics: Methods and Models*. Dordrecht: Kluwer.
- Bivan, R.S., Pebesma, E.J., Gómez-Rubio, V. 2008. *Applied Spatial Data Analysis with R*. New York: Springer Science+Business Media, LLC.
- Bollen, K.A. 1989. *Structural Equation with Latent Variables*. Chapel Hill North Carolina: Dept. Of Sociology The University of North Carolina.
- Folmer H., Oud J.H.L. 2008. *How to get rid of W: A latent variables approach to modeling spatially lagged variables*. *Environ and Plan A*. 40:2526–2538.
- Goodchild, M.F. 1986. *Spatial Autocorrelation*. Ontario: University of Western Ontario.
- Hariyanti, L. (2010). *Spatial Autoregressive Structural Equation Modeling pada Prevalensi Diare (Studi Kasus di Pulau Jawa dan Madura)*. Bandung: Jurusan Statistika Terapan FMIPA Unpad.
- Joreskog, K.G., Sorbom, D. 1993. *LISREL 8: User's Reference Guide*. Chicago: Science Software International, Inc.
- Kline, R.B. (2011). *Principles and Practice of Structural Equation Modeling*. Third Edition. Newyork : The Guilford Press.
- LeSage, J., Pace, R.K. 2009. *Introduction to Spatial Econometrics*. USA: Taylor & Francis Group, LLC.

- Liu, A., Folmer, H., Oud, J.H.L. 2010. *W-based versus latent variables spatial autoregressive models: evidence from Monte Carlo simulations*. The Annuals of Regional Science.
- OpenMx Development Team. 2010. OpenMx Documentation. Release 1.0.0-1448. Available at : <http://openmx.psyc.virginia.edu> (diakses 20 September 2013)
- Suryana, D. 2004. Respesifikasi Model Persamaan Struktural melalui *Constraint*. Bandung: Jurusan Statistika FMIPA Unpad.
- Ullah, A., Giles, D.E.A. 1998. *Handbook of Applied Economic Statistics*. New York: Marcel Dekker Inc.