Model Optimisasi *Robust* untuk Masalah Pengendalian Persediaan Ban (Studi Kasus untuk Data Permintaan Ban E/M R-25 di PT Chitra Paratama)
Robust Optimization Model for Tire inventory Control Problem

Epsilon Analisa Akbar, Dr. Diah Chaerani, M.Si., Dr. Lienda Noviyanti, M.Si.
Jurusan Statistika, Universitas Padjadjaran, Bandung
Email: epsilon.analisa@yahoo.com

ABSTRAK

Metode optimisasi *robust* merupakan metode yang digunakan untuk menangani masalah-masalah yang berkaitan dengan ketidakpastian. Model ini membahas masalah pengendalian persediaan dengan asumsi data permintaan yang taktentu. Model *robust* memberikan hasil yang berbeda dengan model *Economic Order Quantity* karena model *robust* ini menghasilkan estimasi biaya penyimpanan dan kekurangan pada setiap periode. Dari hasil perhitungan optimisasi *robust* juga menghasilkan total biaya yang lebih rendah dibanding model EOQ.

ABSTRACT

Robust Optimization is the method used for handling matters relating to the uncertainty. This model discuss with the assumption of inventory control in data uncertainty demand. Give a robust model different quantity with a model economic order because it gives a model of robust estimates the cost of storage and a shortage at any period. From the calculation of robust optimization also gives much lower than the total cost EOQ model.

PENDAHULUAN

Ban merupakan salah satu komponen utama yang penting dari kendaraan. Jenis dari ban sangat bermacam-macam sesuai jenis kendaraannya.Merancang pengendalian persediaan yang efisien adalah salah satu isu terpenting untuk memperbaiki sistem persediaan yang ada. Menurut P. Siagian (2006), yang dimaksud barang persediaan adalah sejumlah material yang disimpan dan dirawat menurut aturan tertentu dalam tempat persediaan agar selalu dalam keadaan siap pakai dan ditatausahakan dalam bentuk buku perusahaan. Untuk mendukung kelancaran pemenuhan keutuhan pelanggan, maka manajemen harus selalu berusaha menjamin ketersediaan barang yang diinginkan oleh pelanggan.

Dalam kegiatan normal Model EOQ memiliki asumsi dimana jumlah kualitas barang yang dapat diperoleh dengan biaya yang minimal atau sering dikatakan sebagai jumlah pembelian yang optimal. Tiga parameter utama dalam EOQ adalah permintaan dalam satu kurun waktu (d), biaya pemesanan (K), dan biaya penyimpanan (h). Pada kenyataannya, nilai untuk masing-masing parameter sulit untuk diketahui dan berubah-ubah karena faktor yang tak terduga. Ketidaktentuan pada data dapat disebabkan oleh kesalahan pengukuran, kesalahan pemodelan, atau tidak tersedianya informasi yang diperlukan ketika keputusan harus diambil (Chaerani dkk, 2009). Oleh sebab itu, model EOQ bukan merupakan solusi yang optimal untuk menyelesaikan masalah persediaan (Kweon *et all*, 2014)].

Robust Optimization adalah suatu cara yang diterima untuk menangani ketidaktentuan permintaan. Hal ini menyikapi ketidaktentuan parameter dalam masalah-masalah optimasi deterministik. Tidak seperti pemrograman stokastik, *robust optimization* tidak menganggap bahwa ketidaktentuan parameter adalah variabel acak dengan distribusi yang diketahui, ini mewakili ketidaktentuan dalam parameter (Bertsimas, 2006).

Pada permasalahan pengendalian persediaan terdapat variabel acak dalam rumusan tingkat permintaan yang dimana permintaannya berubah-ubah setiap periode waktu. Sudah banyak penelitian yang dilakukan untuk menyelesaikan permasalahan persediaan dengan data permintaan tidak tentu. Salah satunya adalah memodelkan permasalahan menggunakan pemrograman stokastik dengan batasan peluang. Akan tetapi cara tersebut sulit untuk dicari jawabannya karena setiap kemungkinan output dari variabel acak harus diikutkan dalam perhitungan. Hal ini mengakibatkan apabila kemungkinan output dari variabel acak sangat besar, maka perhitungan menjadi sulit dilakukan. Oleh karena itu diajukan sebuah model untuk melakukan pendekatan dalam menyelesaikan permasalahan menggunakan optimisasi *robust*. Greenberg (2006) menulis bahwa optimasi *robust* sama dengan pemrograman stokastik dalam hal terdapat variabel acak modelnya, tetapi kelayakan terjadinya semua kemungkinan output digantingan dengan fungsi kendala.

Urgensi dan keutamaan penelitian ini terletak pada metode optimasi *robust* itu sendiri. Satu rencana disebut tangguh (*robust*) apabila mampu menghadapi ketidakpastian, yaitu tetap berperformansi stabil meskipun beberapa parameter perencanaan berubah-ubah. Metode optimasi *robust* yang diajukan oleh Bertsimas dan Thiele adalah metode yang digunakan untuk menangani masalah-masalah yang berkaitan dengan ketidakpastian.

Dalam mengembangkan metode *robust* ini, peneliti menggunakannya untuk mengevaluasi performansi metode yang sudah diterapkan dalam perusahaan, yaitu metode EOQ dan Persediaan Stokastik. Dengan demikian, performansi metode baru yang dikembangkan dapat dibandingkan dengan performansi metode yang sudah diterapkan sebelumnya.

Dalam penelitian ini, dibahas model optimisasi *robust* untuk masalah pengendalian persediaan dengan asumsi data permintaan yang taktentu. Studi kasus ini dilakukan untuk data penjualan Ban *Earthmover* R-25 di Chitra. Hal ini diharapkan dapat menghasilkan solusi yang bisa menjawab permasalahan tersebut.

METODOLOGI PENELITIAN

Model *Economic Order Quantity*

Sebagaimana telah dibahas pada Bab 2, bahwa model EOQ Deterministik dibagi menjadi tiga, maka berikut ini dibahas langkah-langkah mencari besarnya pemesanan optimum dan juga berapa rata-rata biaya yang dilakukan terhadap persediaan barang untuk masing-masing model EOQ yang sudah dijelaskan.

Economic Order Quantity (EOQ) tanpa *Stock out*

Penelitian ini menggunakan model EOQ dengan kebutuhan deterministik. Model EOQ dengan kebutuhan deterministik ini sendiri memiliki beberapa model salah satunya adalah model persediaan tanpa *stock out* yang akan dijadikan alat dalam melakukan analisisnya. Jumlah seluruh biaya rata-rata *(c(q))* selama kurun waktu t adalah penjumlahan rata-rata biaya penyimpanan dan rata-rata biaya pengadaan barang. Untuk mencari besar persediaan optimum (q_{opt}) adalah dengan menurunkan fungsi biaya terhadap q sehingga di peroleh rumusan $q_{opt,}$ sebagai berikut :

$$c(q) = \frac{d \cdot K}{q} + c \cdot d + \frac{h \cdot q}{2} \tag{3.1}$$

$$q_{opt} = \sqrt{\frac{2 \cdot d \cdot K}{h}} \tag{3.2}$$

Model EOQ dengan *Stock Out*

Biaya-biaya yang terlibat adalah biaya pemesanan,biaya penyimpanan dan biaya kekurangan. Dari ketiga biaya tersebut, maka jumlah biaya rata-rata *c(q)* selama periode *t*adalah :

$$c(q) = k\frac{d}{q} + (d \cdot c) + (\frac{h \cdot s^2}{2q}) + \frac{p(q-s)^2}{2q} \tag{3.3}$$

$$q_{opt} = \sqrt{\frac{2d \cdot k}{h}}\sqrt{\frac{h+p}{p}} \tag{3.4}$$

Uji Hipotesis Penentuan Distribusi Peluang

Untuk memperkuat perkiraan tersebut dilakukan uji kecocokan distribusi peluang dengan menggunakan Uji Kolmogorov-Smirnov.

Distribusi Peluang Tingkat Permintaan

Ada beberapa jenis distribusi peluang yang menggambarkan tingkat permintaan, yaitu :

1. Distribusi Normal

Salah satu distribusi kontinu yang umum digunakan adalah distribusi normal. Distribusi normal memiliki fungsi densitas sebagai berikut :

$$f(d_k) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{d_k - \mu}{\sigma}\right)^2\right] \text{dengan}$$

$\sigma > 0$, $\mu > 0$, dan $-\infty \leq d_k \leq \infty$

2. Distribusi Gamma

Distribusi Gamma memiliki fungsi densitas sebagai berikut :

$$f(d_k) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)\beta^\alpha} d_k^{\alpha-1} e^{-\frac{d_k}{\beta}} \qquad \begin{matrix} d_k > 0 \\ \text{dengan } \alpha, \beta > 0 \\ 0; lainnya \end{matrix}$$

3. Distribusi *Uniform*

Distribusi peluang yang menggambarkan tingkat permintaan selama *lead time* diasumsikan berdistribusi seragam *(uniform)*dengan fungsi distribusi peluang

$$f(l) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} \\ 0 \end{cases} \quad \text{dengan } a \leq l < b \text{ dan } l \text{ lainnya.}$$

Model Persediaan Permintaan Tidak Tetap

Pada prakteknya, model persediaan didasarkan pada jumlah permintaan yang tidak tetap dan dan tidak diketahui sebelumnya. Hal ini mengakibatkan adanya perbedaan antara model persediaan dengan permintaan tetap dengan model permintaan dengan kebutuhan tidak tetap pada komposisi biaya.

tingkat persediaan yang optimum q_{opt} untuk model ini adalah :

$$\int_0^q f(d_k)dd_k = \frac{p}{(h+p)} \tag{3.5}$$

Tingkat persediaan akan optimum jika :

1. Fungsi objektif tingkat persediaan optimum sebagai berikut :
   $$c(q) = h\int_0^q (q-d_k)\, f(d_k)dd_k + p\int_q^{\sim} (d_k - q)\, f(d_k)dd_k$$
2. Mempunyai fungsi kendala sebagai berikut :
   - Jumlah kelebihan persediaan per siklus $= \begin{cases} q-d_k & d_k < q \\ 0 & d_k \geq q \end{cases}$
   - Jumlah kekurangan persediaan per siklus $= \begin{cases} 0 & d_k \leq q \\ d_k - q & d_k > q \end{cases}$
   - Biaya penyimpanan bersifat positif, $h > 0$.
   - Biaya kekurangan bersifat positif, $p > 0$.
   - Biaya akibat kekurangan lebih besar dari biaya penyimpanan, $p > h$.
   - Jika biaya penyimpanan dan biaya kekurangan dalam bentuk persentase, maka $p + h = 1$.

Model Persediaan Permintaan Tidak Tetap Selama Tenggang Waktu

Dengan adanya permintaan yang bersifat tidak tentu selama *Lead Time* dapat berakibat terjadi *stock-out*. Untuk mengantisipasi hal tersebut diambil suatu kebijakan yaitu menyiapkan “cadangan penyangga” atau disebut juga “*buffer stock*”.

Tingkat persediaan optimum dan Fungsi total biaya persediaan untuk model permintaan tidak tetap dengan masa tenggang adalah :

$$q = \sqrt{\frac{2kd + pd\left(\int_R^{\infty} (l-r)\, f(l)dl\right)}{h}}$$

$$c(q) = dc + \frac{Kd}{q} + h\left(\frac{q}{2} + r - E(l)\right) + \frac{pd}{q}\left(\int_r^{\infty} (l-r)\, f(l)dl\right) \tag{3.6}$$

Pendekatan Optimisasi *Robust*

Optimisasi *Robust* merupakan suatu metode yang dikembangkan oleh Bertsimas dan Sim untuk permasalahan linier programming. Permasalahan dari data yang taktentu dapat diformulasikan pada fungsi objektif persamaan (3.7) dan fungsi kendala (3.8).

$$\min c^T x \tag{3.7}$$

dengan kendala :

$$Ax \le b$$
$$l \le x \le u \qquad (3.8)$$
$$x_i \in Z, i = 1,...,k$$

Model data yang tidak pasti **U** ada 2, yaitu:

a. Tidak pasti (*uncertain*) untuk Matriks A : Jika N ={1,2,...,n} maka tiap a_{ij} , $j \in N$ adalah model independen, simetris dan dibatasi oleh variabel acak (tetapi dengan distribusi yang tidak diketahui) $a_{ij}, \tilde{j} \in N$ yang diambil dalam nilai $[a_{ij} - \hat{a}_{ij}, a_{ij} + \hat{a}_{ij}]$.

b. Tidak pasti (untuk *cost* vektor c). Tiap $c_{j,} j \in N$ nilai diambil dari nilai $[c_{ij}, c_j + d_j]$, dimana d_j mewakili deviasi dari nominal *cost* koefisien $c_{j.}$

The Single Station Case Capacitated Model

Dengan menggunakan persamaan linier dari fungsi biaya, maka permasalahaan persediaan menurut Bertsimas and Thiele (2006) dapat dituliskan dalam *integer programming* seperti persamaan (3.9).

$$\min \sum_{k=0}^{t-1} cu_k + Kv_k + y_k \qquad (3.9)$$

dengan kendala :

$$y_k \ge h(\mathrm{q}_0 + \sum_{i=0}^{k} (u_i - d_i)) \;\; k = 0,...,t-1 \qquad (3.10)$$

$$y_k \ge -p(\mathrm{q}_0 + \sum_{i=0}^{k} (u_i - d_i)) \;\; k = 0,...,t-1 \qquad (3.11)$$

$$\begin{matrix} 0 \le u \le Mv_k \\ v_k \in \{0,1\} \end{matrix} \;\; k = 0,...,t-1 \qquad (3.12)$$

dimana $d_i = \bar{d}_i + \hat{d}_i \cdot z_i$ sehingga $z \in P = \left\{ | z_i | \le 1, \forall_i \ge 0, \sum_{i=0}^{k} | z_i | \le \Gamma_k \forall k \ge 0 \right\}$.
Mengingat bahwa yang akan dihadapi adalah suatu kasus terburuk pada biaya ketidaktentuaan, maka harus memaksimumkan simpangan baku beberapa kendala dari setiap *k* biaya penyimpanan atau biaya kekurangan, dinyatakan dalam fungsi objektif persamaan sebagai berikut :

$$\max \sum_{i=0}^{k} \hat{d}_i z_i \qquad (3.13)$$

dengan kendala
$$\sum_{i=0}^{k} z_i \le \Gamma_k, \qquad (3.14)$$
$$0 \le z_i \le 1$$

Persamaan (3.13) sudah layak dan dibatasi oleh biaya optimal yang kuat sehingga persamaan (3.10) dan (3.11) dapat digabungkan dan menjadi persamaan *robust* untuk permasalahan persediaan *single station* yang dituliskan dalam fungsi objektif (3.9) dan fungsi kendala sebagai berikut :

$$\left.\begin{array}{l} y_k \geq h(q_0 + \sum_{i=0}^{k}\left(u_i - \bar{d}_i\right) + q_k\Gamma_k + \sum_{i=0}^{k} r_{ik}) \\ y_k \geq p(-q_0 - \sum_{i=0}^{k}\left(u_i - \bar{d}_i\right) + q_k\Gamma_k + \sum_{i=0}^{k} r_{ik}) \\ q_k + r_{ik} \geq \hat{d}_i \\ q_k \geq 0, r_{ik} \geq 0 \\ 0 \leq u_k \leq Mv_k, v_k \in \{0,1\} \end{array}\right\} k = 0,...,t-1 \qquad (3.15)$$

Dimana nilai M merupakan bilangan besar positif. *Γ* merupakan biaya dari ketidaktentuan permintaan, yang dinyatakan sebagai nilai maksimum suatu parameter yang mungkin terjadi dalam kasus terburuk. Variabel q_k dan r_{ik} mengukur sensitifitas biaya untuk perubahan sangat kecil pada parameter dalam pendekatan *robust*, khususnya tingkat konservatif dan batas-batas yang tidak pasti dari variabel. $q_k\Gamma_k + \sum_{i=0}^{k} r_{ik}$ mewakili tambahan persediaan yang ingin diperhitungkan dalam mengendalikan sistem dari perspektif terburuk.

Permasalahan *robust* adalah program linier jika tidak ada biaya tetap (*K=0*) dan *mixed integer* program jika biaya tetap ada (*K>0*). Di kedua kasus, model *robust* dapat dipecahkan melalui alat optimisasi standar yang telah disajikan.

Definisi 3.1 Kebijakan persediaan (S,S) dan (s,S).

Kebijakan optimsl dari permasalahan inventori didefinisikan sebagai bentuk *(s,S)* dimana ketika persediaan telah mencapai S, maka diharuskan memesan sebesar *s* atau stok dasar. Jika ada sebuah batasan dalam bentuk (s_k,S_k) pada setiap periode, maka optimal untuk mememesan sebesar $S_k - x_k$ jika $x_k < s_k$ dan 0 lainnya dengan $s_k \leq S_k$. Jika tidak ada biaya pemesanan *(K=0)* maka $s_k = S_k$

Lemma 3.1. Optimal Nominal dan Kebijakan Stokastik

1. Kebijakan optimal dalam kasus stokastik dimana biaya minimum adalah nilai ekspektasi dari fungsi biaya selama variabel acak sebesar d_k. Oleh sebab itu, kebijakan optimal untuk permasalahan nominal adalah *(s,S)*.
2. Untuk permasalahan nominal tanpa biaya tetap, kebijakan nominalnya adalah (S,S) sepanjang waktu *k* sehingga menjadi $S_k = \bar{d}_k$.
3. Untuk permasalahan nominal dengan biaya tetap, jika dinotasikan sebagai t_j *(j=1,...J)* waktu dimana persediaan dipesan (sesuai persamaan (3.14) sampai dengan (3.15)), s_j, dan S_j didefinisikan sebagai berikut :

$$S_j = \sum_{i=0}^{I_j} \bar{d}_{t_{j+1}} \qquad (3.16)$$

dan

$$s_1 = x_0 - \sum_{i=0}^{t_i - 1} \bar{d}_i , \qquad s_j = -\sum_{i=I_{j-1}+1}^{L_{j-1}-1} \bar{d}_{t_{j-1}+i}, \; j \geq 2 \qquad (3.17)$$

dengan

$$L_j = t_{j+1} - t_j \quad \text{dan} \quad I_j = \left[\frac{pL_j - c1_{(j=J)}}{h+p} \right]$$

3.3.1 Model dengan Pembatasan Pembelian

Perluasan dari model *robust* untuk pembatasan pembelian dari ukuran maksimal d adalah mungkin dengan menambahkan batasan :

$$u_k \leq d, \forall k \qquad (3.18)$$

3.3.2 Model dengan Pembatasan Persediaan

Perluasan dari model ini diasumsikan bahwa stok disimpan sampai dengan sejumlah q. Penambahan ini mengikuti batasan :

$$q_0 + \sum_{i=0}^{k} (u_i - d_i) \leq q \qquad (3.19)$$

dengan $d_i = \bar{d}_i + \hat{d}_i \cdot z_i$ sehingg $z \in \left\{ | z_i | \leq 1 \forall_i, \sum_{i=0}^{k} | z_i | \leq \Gamma_k \forall k \right\}$. Kendala ini bergantung pada ketidaktentuan parameter d_i. Merujuk pada pengembangan persamaan (3.19), maka batasan untuk *robust*-nya adalah :

$$q_{k+1} + q_k \Gamma_k + \sum_{i=0}^{k} r_{ik} \leq C, \forall_k \qquad (3.20)$$

HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Pendahuluan

Dalam bab ini disajikan hasil analisis dalam penentuan besar persediaan ban optimum dengan menggunakan metode yang telah diuraikan pada bab sebelumnya dan biaya-biaya persediaan yang diperlukan. Model yang sesuai dalam penelitian ini adalah model *The Single Station Case Capacitated*. Model ini sesuai dengan kasus pada PT Chitra karena jumlah barang yang dipesan dan tingkat persediaan dibatasi oleh suatu nilai tertentu.

4.2 Data dan Biaya

Data yang diperlukan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut :

1. Data permintaan ban *Earthmover* ukuran R-25 Tahun 2013 :

Tabel 4.1 Data Permintaan Ban

Bulan	Jumlah Permintaan 2013 (unit)
Januari	43
Februari	103
Maret	51
April	43
Mei	420
Juni	153
Juli	108
Agustus	130
September	295
Oktober	163
November	119
Desember	26

2. Biaya-biaya persediaan meliputi :

- Biaya pengadaan ban*(K)*, yaitu Rp 24.609.542 / tahun
- Biaya penyimpanan ban*(h)*, yaitu Rp 53.293,04 /unit/tahun
- Biaya kekurangan ban*(p)*, yaitu Rp 628.305,66 /unit /tahun
- Harga pembelian ban*(c)* per unit Rp 10.959.810

4.3 Model *Robust The Single Station Case Capacitated*

Merujuk pada Bertsimas (2006), asumsi untuk data permintaan ban bersifat tidak tentu sehingga mempunyai nilai variabel acak $d_k \in \left[\bar{d}_k - \hat{d}_k, \bar{d}_k + \hat{d}_k\right]$dimana nilai dimana nilai $z_k = \dfrac{d_k - \bar{d}_k}{\hat{d}_k}$, $z_k \in [-1,1]$.

Hasil perhitungan data permintaan ban diperoleh $\bar{d}_k = 137$, $\hat{d}_k = 115$, dan nilai z_k untuk masing-masing *k* dapat dilihat pada Tabel 4.2.

Nilai z_k pada Tabel 4.2 belum memberikan nilai yang sepenuhnya optimal, sehingga harus dilakukan optimisasi seperti pada persamaan (3.11) dan (3.12) dan diperoleh nilai optimal z_k pada Tabel 4.3.

Tabel 4.2 Hasil Perhitungan nilai z_k

Bulan	*k*	d_k	z_k
Januari	0	43	-0,82
Februari	1	103	-0,30
Maret	2	51	-0,75
April	3	43	-0,82
Mei	4	420	2,45
Juni	5	153	0,13
Juli	6	108	-0,25
Agustus	7	130	-0,06
September	8	295	1,36
Oktober	9	163	0,21
November	10	119	-0,16
Desember	11	26	-0,97

Hasil optimisasi persamaan (3.11) dan (3.12) yaitu :

$$\max(\hat{d}_0 z_0 + \hat{d}_1 z_1 + \hat{d}_2 z_2 + \hat{d}_3 z_3 + \ldots + \hat{d}_{11} z_{11})$$

dengan fungsi kendala :

$$z_0 + z_1 + z_2 + \ldots + z_{11} \le 1,$$
$$0 \le z_0 \le 1$$
$$0 \le z_1 \le 1$$
$$0 \le z_2 \le 1$$
$$0 \le z_3 \le 1$$
...
$$0 \le z_{11} \le 1$$

Tabel 4.3 Hasil Perhitungan Optimisasi Nilai z_k

Bulan	k	z_i	$\overline{d}_i$
Januari	0	-0,78	54
Februari	1	-0,40	198
Maret	2	-0,67	54
April	3	-0,48	35
Mei	4	2,76	57
Juni	5	0,76	180
Juli	6	-0,43	145
Agustus	7	-0,32	130
September	8	1,36	145
Oktober	9	0,24	209
November	10	-0,56	321
Desember	11	-0,56	34

Setelah nilai z_i diperoleh maka batasan untuk minimum biaya penyimpanan dan kekurangan adalah :

$$
\begin{aligned}
&y_0 \geq h(q_0 + u_0 - \overline{d}_0 + q_0\Gamma_0 + r_0)\\
&y_1 \geq h(q_0 + u_0 - \overline{d}_0 + u_1 - \overline{d}_1 + q_0\Gamma_0 + q_1\Gamma_1 + r_0 + r_1)\\
&y_2 \geq h(q_0 + u_0 - \overline{d}_0 + u_1 - \overline{d}_1 + u_2 - \overline{d}_2 + q_0\Gamma_0 + q_1\Gamma_1 + q_2\Gamma_2 + r_0 + r_1 + r_2)\\
&y_3 \geq h(q_0 + u_0 - \overline{d}_0 + u_1 - \overline{d}_1 + u_2 - \overline{d}_2 + u_3 - \overline{d}_3 + q_0\Gamma_0 + q_1\Gamma_1 + q_2\Gamma_2 + q_3\Gamma_3 + r_0 + r_1 + r_2 + r_3)\\
&\ldots\\
&y_{11} \geq h(q_0 + u_0 - \overline{d}_0 + u_1 - \overline{d}_1 + u_2 - \overline{d}_2 + u_3 - \overline{d}_3 + \ldots - \ldots + u_{11} - \overline{d}_{11} + q_0\Gamma_0 + q_1\Gamma_1 + q_2\Gamma_2 + q_3\Gamma_3 + \ldots + q_{11}\Gamma_{11} + r_0 + r_1 + r_2 + r_3 + \ldots + r_{11})\\
&y_1 \geq p(q_0 - u_0 + \overline{d}_{01} + q_0\Gamma_0 + r_0)\\
&y_1 \geq p(q_0 - u_0 + \overline{d}_0 - u_1 + \overline{d}_1 + q_0\Gamma_0 + q_1\Gamma_1 + r_0 + r_1)\\
&y_2 \geq p(q_0 - u_0 + \overline{d}_0 - u_1 + \overline{d}_1 - u_2 + \overline{d}_2 + q_0\Gamma_0 + q_1\Gamma_1 + q_2\Gamma_2 + r_0 + r_1 + r_2)\\
&y_3 \geq p(q_0 - u_0 + \overline{d}_0 - u_1 + \overline{d}_1 - u_2 + \overline{d}_2 - u_3 + \overline{d}_3 + q_0\Gamma_0 + q_1\Gamma_1 + q_2\Gamma_2 + q_3\Gamma_3 + r_0 + r_1 + r_2 + r_3)\\
&\ldots\\
&y_{11} \geq p(q_0 - u_0 + \overline{d}_0 - u_1 + \overline{d}_1 - u_2 + \overline{d}_2 - u_3 + \overline{d}_3 - \ldots + \ldots - u_{11} + \overline{d}_{11} + q_0\Gamma_0 + q_1\Gamma_1 + q_2\Gamma_2 + q_3\Gamma_3 + \ldots + q_{11}\Gamma_{11} + r_0 + r_1 + r_2 + r_3 + \ldots + r_{11})\\
&q_0 + r_0 \geq \hat{d}_0\\
&q_1 + r_1 \geq \hat{d}_1\\
&\ldots\\
&q_{11} + r_{11} \geq \hat{d}_{11}\\
&q_0 \geq 0, r_0 \geq 0\\
&q_1 \geq 0, r_1 \geq 0\\
&\ldots\\
&q_{11} \geq 0, r_{11} \geq 0\\
&0 \leq u_0 \leq Mv_0, v_0 \in \{0,1\}\\
&0 \leq u_1 \leq Mv_1, v_1 \in \{0,1\}\\
&\ldots\\
&0 \leq u_{11} \leq Mv_{11}, v_{11} \in \{0,1\}
\end{aligned}
$$

Tabel 4.4 Hasil Perhitungan *Robust* Optimisasi Persediaan

k	u_k	q_k	$\boldsymbol{y_k}$
Januari	0	200	Rp 152.678.358
Februari	0	157	Rp 136.342.402
Maret	250	54	Rp 2.185.013
April	0	253	Rp 62.202.294
Mei	400	210	Rp 245.039.340

Juni	0	190	Rp 16.893.881
Juli	400	37	Rp 35.599.724
Agustus	0	329	Rp 24.621.366
September	400	199	Rp 29.684.201
Oktober	0	304	Rp 47.377.477
November	400	141	Rp 66.509.664
Desember	0	422	Rp 61.873.173

Dari hasil perhitungan dengan *software* MATLAB **(Lampiran 6)** diperoleh Total Biaya Persediaan selama 1 tahun sebesar Rp 881.006.893,00 dengan kendala masing-masing untuk setiap periodenya disajikan pada Tabel 4.4. Sebagai contoh, banyaknya persediaan optimum pada bulan Januari sebesar 200 unit dan tidak terjadi pembeliaan pada sehingga besarnya biaya penyimpanan dan kekurangan barang sebesar Rp 152.678.358. Untuk bulan Februari juga tidak ada pembeliaan, namun permintaan tetap ada sehingga posisi stok bernilai 157 unit dan biayanya sebesar Rp 136.342.402. Hal yang sama juga berlaku untuk setiap bulan sampai bulan Desember. Hasil perhitungan *robust* memberikan nilai yang lebih rendah dibandingkan hasil optimisasi biasa.

4.4 Perbandingan Model *Robust Optimization*, EOQ Deterministik, dan EOQ Probabilistik

Adapun perbedaan ketiga model tersebut disajikan dalam Tabel 4.5 Model EOQ Tanpa *Stock out* menghasilkan biaya yang paling minimum diantara model lainnya dikarenakan pada model ini tidak memperhitungkan biaya kekurangan dan diasumsikan pelanggan pasti terpenuhi. Model EOQ Dengan *Stock out* merupakan perbaikan dari metode EOQ Tanpa *Stock out*, tetapi memiliki kelemahan tidak melihat adanya ketidaktentuan permintaan setiap periodenya. Bentuk perbaikan dari model EOQ dengan *Stock out* adalah model Persediaan dengan memperhitungkan probabilitas dari permintaan yang berubah-ubah, yaitu menghasilkan jumlah persedian optimum yang lebih rendah dari model EOQ Deterministik.

Tabel 4.5 Perbandingan Model *Robust Optimization*, EOQ Deterministik, dan EOQ Probabilistik-

Model		q_{opt}	$c(q)$
EOQ Tanpa *Stock out*		1235	Rp 18.079.903.813
EOQ Dengan *Stock out*		1287	Rp 18.168.911.937
Persediaan dengan Permintaan Tidak Tentu		804	Rp 18.265.365.727
Persediaan dengan Permintaan Tidak Tentu Selama Tenggang Waktu		1293	Rp 18.196.396.012
Robust Optimization	$q_{opt\ Januari}$	200	Rp 152.678.358
	$q_{optFebruari}$	157	Rp 136.342.402
	$q_{opt\ Maret}$	54	Rp 2.185.013
	$q_{optApril}$	253	Rp 62.202.294
	$q_{opt\ Mei}$	210	Rp 245.039.340
	$q_{optJuni}$	190	Rp 16.893.881
	$q_{opt\ Juli}$	37	Rp 35.599.724
	$q_{optAgustus}$	329	Rp 24.621.366
	$q_{opt\ September}$	199	Rp 29.684.201
	$q_{optOktober}$	304	Rp 47.377.477
	$q_{opt\ November}$	141	Rp 66.509.664
	$q_{optDesember}$	422	Rp 61.873.173

Model Persediaan dengan Permintaan Tidak Tentu Selama Tenggang Waktu merupakan metode yang sudah diimplementasikan oleh perusahaan dengan mengasumsikan permintaan tidak tentu selama masa tenggang. Namun pada model ini, menghasilkan jumlah persediaan optimum dan total biaya persediaan yang lebih tinggi dibanding model lainnya.

Model *robust* memberikan hasil yang berbeda dengan model *Economic Order Quantity* karena model *robust* ini menghasilkan estimasi biaya penyimpanan dan kekurangan pada setiap periode. Dari hasil perhitungan *robust optimization* juga menghasilkan total biaya yang lebih rendah yaitu sebesar Rp 881.006.893 dibanding model EOQ.

UCAPAN TERIMAKASIH

Terimakasih kepada Mama, Papa, Suami, Kakak-kakak atas doa dan motivasinya. Kedua pembimbing Ibu Dr. Diah Chaerani, M.Si., dan Ibu Dr. Lienda Noviyanti, M.Si yang telah membantu memberikan ilmu, motivasi, dan doa selama menyelesaikan skripsi ini dari awal hingga akhir. Dan terimakasih pula kepada semua pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu.

DAFTAR PUSTAKA

A.Taha, H. 1997. *Operation Research An Introduction.* USA: Prentice-Hall International, Inc.

Ben-Tal, N. 2000. Robust Solutions of Linier Programming Problems Contaminated with Uncertain Data. *Math. Programm Ser. A* , 411-424.

Bertsekas, D. J. 1996. Neuro-Dynamic Programming. Athena Scientific: Belmont, MA.

Bertsimas D., I. P. 2003. Robust Discrete Optimization and Network Flows. *Math. Programming Ser. B* , 48-71.

Bertsimas, D., & Thiele, A. 2006. A Robust Optimization Approach to Inventory Level. *Operations Research* , 150-168.

Ceraudo, A. 2011. A Comparison Between Two Robust Inventory. *Simposio Brasileiro de Perquisa Operacional* , 15-18.

Chaerani, D. D. 2009. *Karakterisasi Metode Numerik Baru Untuk Menyelesaikan Masalah Optimasisasi Tak Tentu yang Melibatkan Variabel Biner.* Bandung: Departemen Pendidikan Nasional Universitas Padjajaran Fakultas MIPA.

P.Siagian. 2006. *Penelitian Operasional: Teori dan Praktek.* Jakarta: Universitas Indonesia Press.

Pardede, P. M. 2005. *Manajemen Produksi dan Operasi.* Yogyakarta: ANDI.

Rao, S. 1984. *Optimization Theory and Applications.* New York: John Wiley and Sons, Inc.

Sang Jin Kweon, S. W. 2014. Robust Analysis of THE Basic Economic Order Quantity Model. *Industrial and System Engineering Research Conference.* Pennsylvania: Y. Guan and H.Liao, eds.

Sidney, S. 1997. *Statistik Nonparametrik untuk Ilmu-ilmu Sosial.* Jakarta: Gramedia Pustaka.

Sumayang, L. 2003. *Dasar -Dasar Manajemen Produksi dan Operasi* (Edisi Pertama ed.). Jakarta: PT.Salemba Empat Patria.

Tersine, R. J. 1994. *Principles of Inventory and Materials Management.* Fourth Edition. Prentice Hall, Inc. New Jersey.

Vinsensia, D. 2009. Studi Tentang Goal Programming dengan Pendekatan Optimisasi Robust. Medan: Departemen Matematika Fakultas MIPA.

Yamit, Z. 1999. *Manajemen Persediaan.* Yogyakarta: Ekonosia FE-UII.

Yu, G. 1997. Robust Economic Order Quantity Models. *European Journal of Operational Research 100(3)* , 482-493.

Zipkin, P. 2000. *Foundation of Inventory Management.* Boston: McGraw-Hill Higher Education.