

ESTIMASI VALUE AT RISK RETURN PORTOFOLIO MENGUNAKAN METODE COPULA

FATIMAH ZUHRA, LIENDA NOVIYANTI, ACHMAD BACHRUDIN

Jurusan Statistika Terapan FMIPA Universitas Padjadjaran, Bandung

zuhra.fatimah18@gmail.com

ABSTRAK

Melakukan investasi saham dengan membentuk suatu portofolio yang memaksimalkan *return* dengan risiko minimal merupakan tujuan utama seorang investor. Risiko merupakan hal yang sangat penting yang harus di kelola dengan baik dalam sebuah investasi. *Value at Risk* (VaR) merupakan salah satu alat ukur risiko yang digunakan untuk memprediksi besarnya kerugian maksimum dari suatu portofolio yang dimiliki. Ada beberapa pendekatan yang digunakan dalam menghitung VaR antara lain *historical simulation*, varians-covarians, dan simulasi Monte Carlo. Melakukan perhitungan VaR terhadap indeks dua portofolio saham yang memiliki kebergantungan bukanlah hal yang mudah, karena sangat mungkin tidak ditemukannya distribusi bersama yang cocok untuk memodelkan hal tersebut. Teori copula merupakan alat yang sangat fundamental dan fleksibel dalam memodelkan suatu distribusi bersama. Di dalam copula tercakup distribusi gabungan dari masing-masing variabel dan kebergantungan di antaranya, sehingga copula merupakan alat yang tepat untuk memodelkan variable-variabel yang memiliki kebergantungan. Data penelitian terdiri dari indeks saham LQ-45 dan JII yang memiliki efek volatilitas sehingga dimodelkan ke dalam bentuk AR(1)-GARCH(1,1). Data dengan model AR(1)-GARCH(1,1) memiliki ukuran dependensi yang cocok pada model copula Gaussian yang memiliki nilai VaR terkecil dengan *return* terbesar ditunjukkan pada VaR untuk tingkat kepercayaan 95 %. Hal ini menyatakan bahwa pada tingkat kepercayaan 95% kerugian maksimalnya dapat mencapai Rp. 1754,9215 dengan t waktu satu hari.

Kata kunci : *Value at Risk*, Copula, GARCH

1. Pendahuluan

Membentuk sebuah portofolio merupakan usaha memaksimalkan tingkat pengembalian (*return*) yang diharapkan dari investasi yang dilakukan dengan risiko tertentu. Risiko merupakan hal yang sangat penting dalam investasi dan sering menjadi pusat perhatian bagi para investor. Risiko dapat diartikan sebagai suatu peluang terjadinya kerugian atau kehancuran. Alat ukur yang bisa digunakan untuk mengestimasi risiko adalah *Value at Risk* (VaR). VaR telah menjadi standar model pengukuran risiko secara internal (*Internal Model Approach*) sebagaimana ditetapkan *Bank for International Settlement* (1996) melalui *Basel Committee on Banking Supervision* (BCBS) dalam

BASEL II. Ada beberapa pendekatan untuk mengestimasi VaR, seperti metode *variance-covariance* (metode analitik), data historis (*historical simulation data*), dan simulasi Monto-Carlo.

Selama ini dalam perhitungan VaR menggunakan pendekatan *variance-covariance* diasumsikan berdistribusi normal, padahal pada kenyataannya data keuangan banyak ditemukan tidak berdistribusi normal. Hal ini dapat mengakibatkan tidak validnya estimasi VaR yang mengakibatkan risiko portofolio yang terjadi lebih besar dari risiko yang telah ditetapkan. Oleh karena itu perhitungan VaR seharusnya tidak selalu diasumsikan berdistribusi normal melainkan disesuaikan dengan distribusi *return*. Sehingga untuk mengatasi masalah tersebut maka muncullah metode *Copula*.

Kata *Copulas* berasal dari bahasa latin yang berarti hubungan, pertalian, ikatan. Kata *Copulas* pertama kali digunakan pada bidang Matematika dan Statistika oleh Abe Skalar yang dipopulerkan pada tahun 1959 dengan teorema (yang sekarang melahirkan namanya) untuk menggambarkan sebuah fungsi distribusi dimensi-satu pada bentuk fungsi distribusi Multivariat (Nelson, 2006). Selain itu *Copula* juga merupakan suatu alat yang sangat *powerful* untuk memodelkan distribusi gabungan seperti pada penelitian ini yang akan dilakukan analisis pada data indeks saham LQ-45 dan JII. Masing-masing indeks saham ini memiliki ketergantungan yang cukup kuat antara satu dengan yang lain. Disaat terdapat pergerakan kenaikan nilai pada satu saham maka nilai saham yang lain juga akan mengalami kenaikan, begitu juga sebaliknya disaat nilai saham turun maka saham yang lain juga akan berpengaruh turun. Misalkan pergerakan pada sektor energi akan sangat mempengaruhi saham-saham yang ada pada sektor industri, jasa, perbankan dan sektor lainnya begitu juga sebaliknya.

Copula juga telah banyak digunakan dalam beberapa literatur dan penelitian tentang statistik. Fortindan Kuzmics (2002) menggunakan kombinasi linear Copula untuk mengestimasi VaR pada sebuah portofolio yang terdiri dari FSTE dan DAX indeks saham. Rockinger dan Jondeau (2001) menggunakan *Plackett Copula* dengan proses GARCH model menggunakan *Student-t*. Nurzanah (2007) menjelaskan tentang konsep *Copula* sebagai alat untuk mempelajari dependensi non linier antar kejadian dalam kasus multivariat, khusus membahas tentang aplikasi estimasi dependensi non linier untuk menentukan tarif premi pada model *double decrement benefit*. Pada tulisan Palaro dan Hotta (2006) menganalisis VaR dengan pendekatan Copula pada potrfolio saham Nasdaq dan S&P500.

2. Metode Penelitian

2.1 Teorema Sklar

Teorema 2.1.1 : (Nelsen, 2006)

Misalkan X dan Y adalah dua buah peubah acak dengan fungsi distribusi kontinu F_X dan G_Y . Sedangkan $H_{X,Y}$ adalah fungsi distribusi bivariat untuk X dan Y . Maka terdapat fungsi penghubung atau Copula C untuk semua x, y pada \bar{R} ,

$$H(x, y) = C(F_X(x), G_Y(y)).$$

Sebaliknya, jika C adalah suatu copula, F_X dan G_Y merupakan fungsi distribusi marginal dari X dan Y , maka $H_{X,Y}$ adalah fungsi distribusi bivariat dengan fungsi distribusi marginal F_X dan G_Y .

2.2 Keluarga Copula

Copula Gaussian

Copula Gaussian atau copula normal dikonstruksidari distribusi normal melalui teori Sklar (1959). Diasumsikan dua random variabel X dan Y dimana kedua variabel tersebut diasumsikan berdistribusi normal standar, $X \sim N(0,1)$ dan $Y \sim N(0,1)$ dan misalkan korelasi antara kedua X dan Y dinotasikan dengan $\rho(X, Y) = \rho$. Distribusi gabungan bisa dituliskan sebagai fungsi copula sebagai berikut:

$$H(x, y) = \Phi_\rho(x, y) = C_\rho(\Phi(x), \Phi(y)).$$

Jika Φ_ρ merupakan fungsi distribusi kumulatif bivariate standar normal dengan korelasi ρ , maka fungsi copula Gaussian adalah : (Nelson, 2006).

$$C_\rho(u, v) = \Phi_\rho(\Phi^{-1}(u), \Phi^{-1}(v)),$$

dengan $u, v \in [0,1]$ dan Φ menunjukkan fungsi distribusi kumulatif normal standar. Hasil diferensial C merupakan fungsi densitas copula, yaitu:

$$C_\rho(u, v) = \frac{\varphi_{X,Y,\rho}(\Phi^{-1}(u), \Phi^{-1}(v))}{\varphi(\Phi^{-1}(u))\varphi(\Phi^{-1}(v))},$$

dengan,

$$\varphi_{X,Y,\rho}(x, y) = \frac{1}{2\pi\sqrt{(1-\rho^2)}} e^{-\frac{(x^2+y^2-2\rho xy)}{2(1-\rho^2)}},$$

merupakan fungsi densitas untuk Gaussian bivariat standar dengan koefisien korelasi *Pearson's product moment* ρ dan φ adalah densitas normal standar.

Copula Student - t

Bivariate copula *Student's-t* memiliki bentuk fungsi sebagai berikut :

$$C_{R_{12},v}^t(u, v) = \int_{-\infty}^{\Phi^{-1}(u)} \int_{-\infty}^{\Phi^{-1}(v)} \frac{1}{2\pi(1-R_{12}^2)^{\frac{1}{2}}} \left\{ 1 + \frac{s^2 - 2R_{12}st + t^2}{v(1-R_{12}^2)} \right\}^{-\frac{v+2}{2}} ds dt,$$

dengan t_v^{-1} adalah inverse dari distribusi univariat t dengan v adalah derajat kebebasan (Palaro& Hotta, 2006).

Jika distribusi marginal F_1 dan F_2 adalah distribusi *Student-t* dengan v adalah derajat kebebasandan C adalah bentuk dari copula *Student-t* dengan parameter v dan R_{12} , kemudian fungsi distribusi H di defenisikan oleh

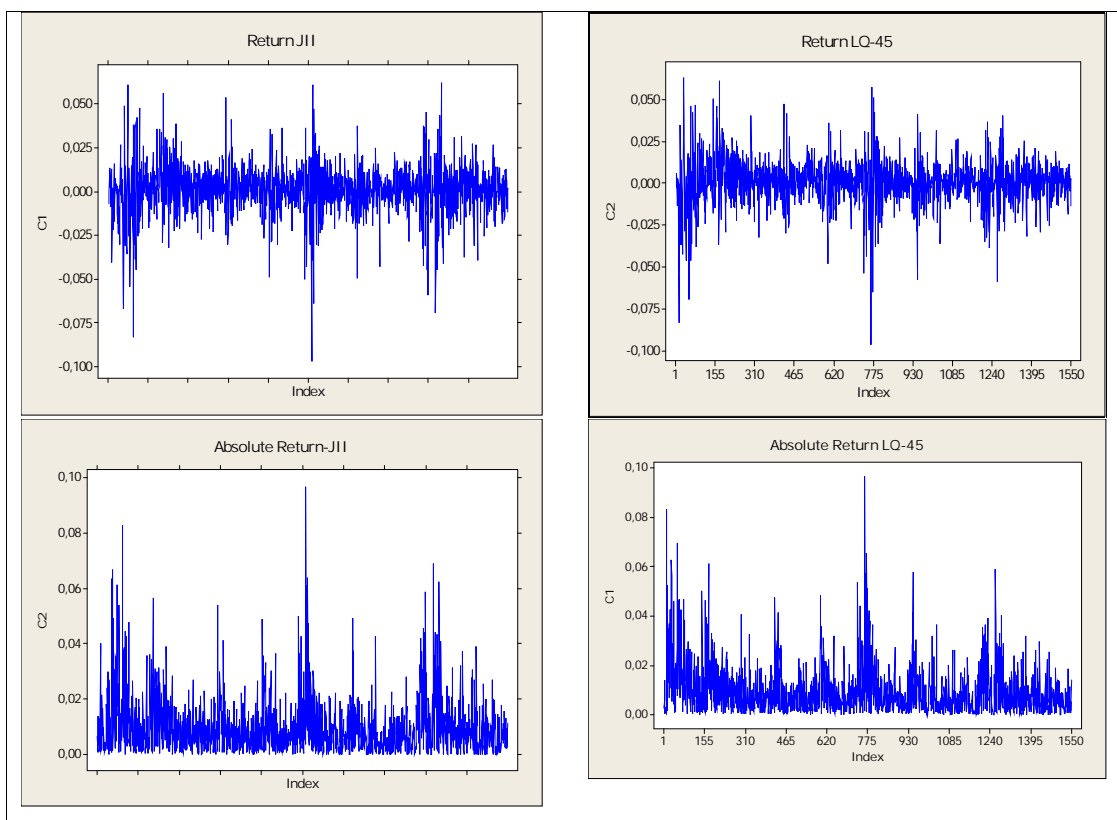
$$H(x,y) = C(F_1(x)F_2(y)).$$

Persamaan di atas merupakan distribusi standar bivariate *studen -t* dengan derajat kebebasan yang sama untuk distribusi bivariate- t (Palaro& Hotta, 2006).

3. Hasil dan Pembahasan

3.1 Deskripsi Data

Data yang digunakan pada penelitian ini adalah data indeks saham pada LQ-45 dan JII. Data terdiri dari 1550 harga penutupan harian saham yang dimulai pada tanggal 16 Juli 2008 sampai 26 September 2014. Dinotasikan log-return dari LQ-45 sebagai variabel 1 dan log-return JII sebagai variabel 2. Gambar 1 merupakan plot dari kedua asset dan tabel 1 merupakan analisis statistik deksriptif dari data asset.



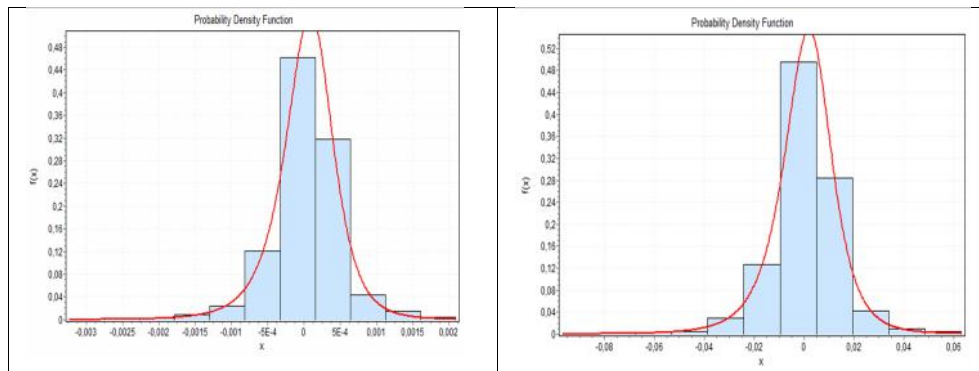
Gambar 1 Plot *Return* dan *Absolute Return* dari Indeks Saham LQ-45 dan JII

Selain melihat dari pola penyebaran data maka analisis statistik deskriptif juga dilakukan untuk membentuk model *time series* persamaan *mean* dan *variance* dari masing-masing *return* aset LQ-45 dan JII yang ditunjukkan pada Tabel 1 berikut.

Tabel 1 Analisis Statistik Deskriptif *Return* LQ-45 dan JII

Statistik	LQ-45	JII
Mean	0.0006092	0.0003499
Median	0.0006233	0.0004375
Maksimum	0.0629100	0.002086
Minimum	-0.0965300	-0.003232
Standar deviasi	0.0135238	0.0004690
Skewness	-0.5390708	-0.581062
Kurtosis	8.532382	8.116755

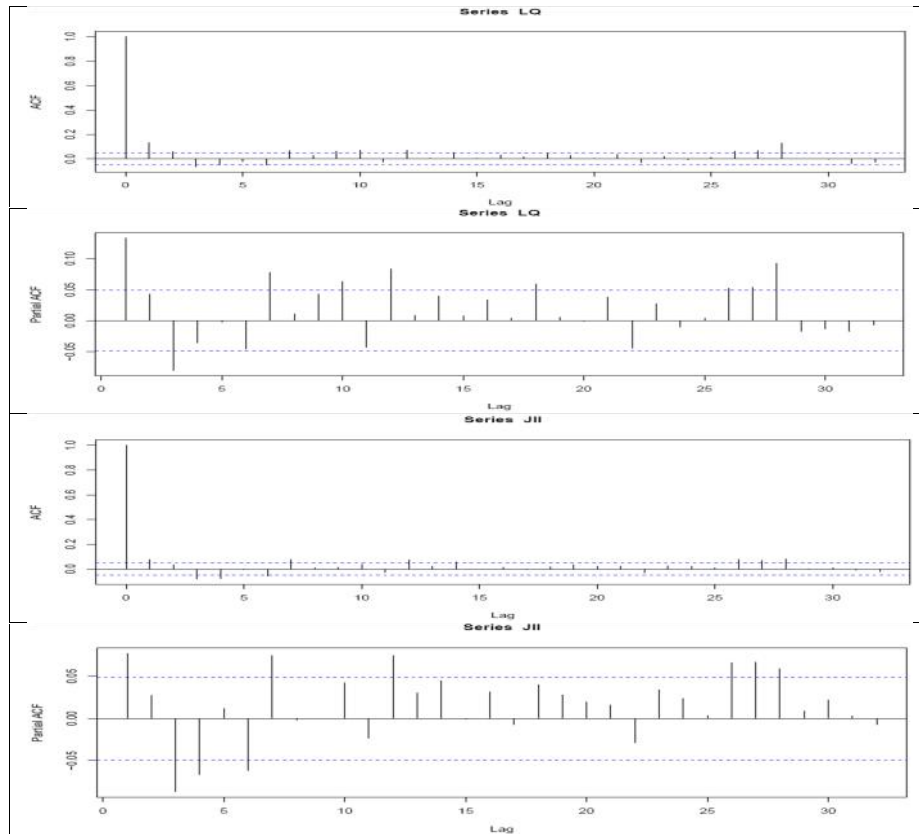
Dilihat dari Tabel 1 menunjukkan bahwa *skewness* dan *kurtosis* untuk masing-masing indeks aset cenderung tidak berdistribusi normal. Data *return* akan berdistribusi normal jika memiliki nilai *skewness* sama dengan nol dan *kurtosis* sama dengan tiga. Nilai *skewness* yang negatif menunjukkan perilaku sebaran data terdapat *fat left tail* pada distribusi marginal indeks saham, dan hal tersebut didukung oleh data *return* masing-masing aset yang memiliki nilai *mean* yang lebih kecil dari *median*. Karena data *return* dikatakan memiliki distribusi normal ketika memiliki nilai *mean* yang sama dengan *median*.



Gambar 2 Plot *Return* LQ-45 dan JII

3.2 Identifikasi Model *Return* Portofolio

Langkah pertama yang digunakan untuk mengidentifikasi model pada penelitian ini adalah dengan cara melihat ACF (*Auto Correlation Function*) dan PACF (*Partial Auto Correlation Funtion*) dari masing-masing *return* portofolio. Dilihat pada Gambar 4 menunjukkan plot ACF berbentuk *dies down* (menurun) mengikuti bentuk eksponensial, sedangkan plot PACF berbentuk *cut off* (terputus) setelah lag pertama. Maka dapat disimpulkan bahwa data membentuk model AR (1).



Gambar 3 Plot ACF dan PACF *Return* Indeks Saham LQ-45 dan JII

Selain itu penentuan orde terbaik model ARMA akan diuji dengan menggunakan metode *Akaike's Information Criteria* (AIC) sebagai ukuran kesesuaian untuk memperoleh model terbaik dari masing-masing return aset LQ-45 dan JII. Sehingga akan membentuk model ARMA dengan rumusan sebagai berikut :

$$X_t = \phi X_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$\varepsilon_t = Z_t \sigma_t^2$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2,$$

dengan perhitungan akan diperoleh dari masing-masing parameter:

$$\sigma_t^{2 \text{ LQ-45}} = 8.653e - 04 + 0.07403 \varepsilon_{t-1}^2$$

$$\sigma_t^{2 \text{ JII}} = 5.032e - 05 + 0.04792 \varepsilon_{t-1}^2.$$

Berdasarkan hasil uji analisis diagnostik residual ternyata residual *return* masing-masing indeks saham LQ-45 dan JII memiliki varians yang tidak konstan, sehingga data akan dikategorikan ke dalam model heteroskedastisitas dan dimodelkan menjadi model *Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity* GARCH (p,q) dengan model terbaik adalah model GARCH (1,1) dan varians sebagai berikut :

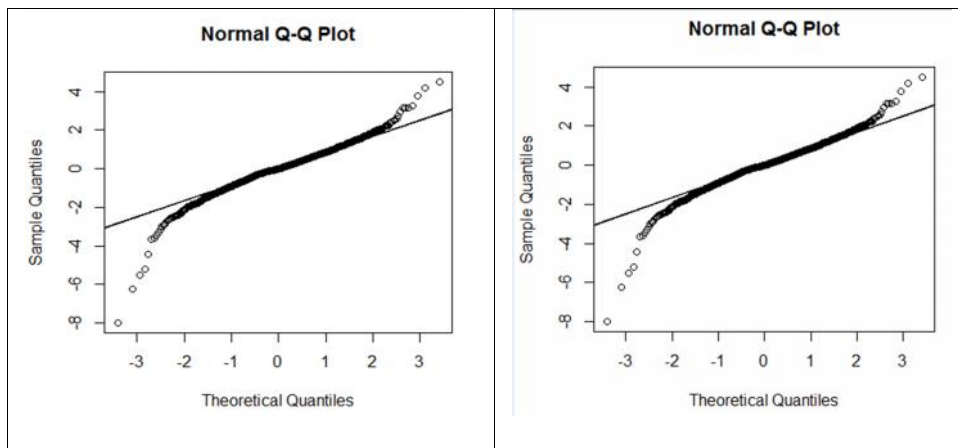
$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2,$$

sehingga didapat nilai dari masing-masing parameter sebagai berikut :

$$\sigma_{1,t}^2 (LQ-45) = 4.161e - 06 + 0.07698 \alpha_{1,t-1}^2 + 0.8986 \beta_{1,t-1}^2$$

$$\sigma_{2,t}^2 (JII) = 5.198e - 09 + 0.09129 \alpha_{1,t-1}^2 + 0.8874 \beta_{1,t-1}^2.$$

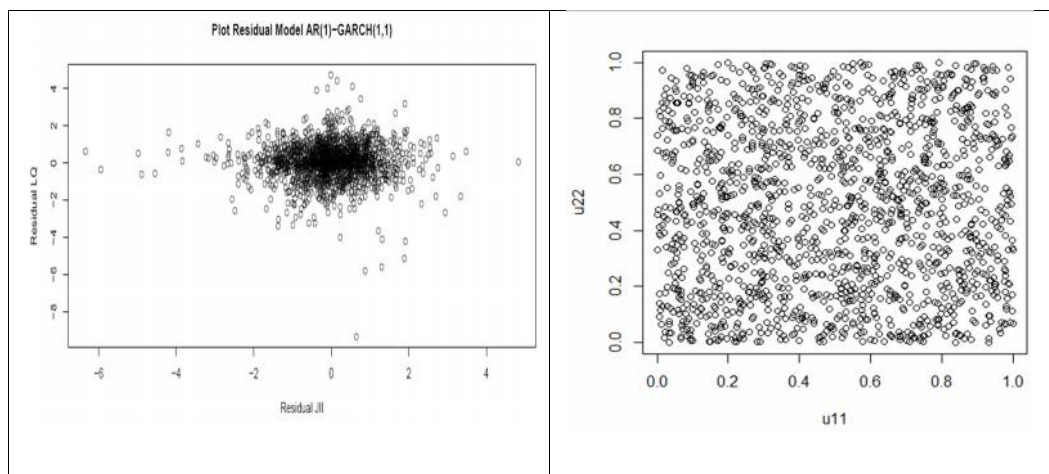
Setelah mendapatkan model dari masing-masing fungsi marginal dari indeks aset LQ-45 dan JII maka tahapan selanjutnya adalah melakukan uji normalitas terhadap nilai residual dari masing-masing indeks saham. Gambar 4.5 juga menunjukkan QQ-plot dari residual *return* aset LQ-45 dan JII dilihat dari sebaran data maka data cenderung tidak mengikuti garis linear sehingga data kurang cukup baik jika dimodelkan menggunakan distribusi normal.



Gambar 4. Q-Q Plot Residual *Return* Aset LQ-45 dan JII

3.3 Struktur Dependensi Model Copula

Pada tahapan sebelumnya telah diperoleh model terbaik dari masing-masing indeks saham yaitu model AR(1)-GARCH(1,1) dan didapat parameter model marginal aset maka tahapan selanjutnya adalah menentukan struktur dependensi antar masing-masing aset dengan menggunakan metode copula.



Gambar 5 Plot *Residual* dan Plot Transformasi *Residual* Indeks Aset LQ-45 dan JII

Gambar 5 menunjukkan struktur dependensi dari indeks aset LQ-45 dan JII dengan menggunakan residual yang diperoleh pada permodelan marginal dengan model *timeseries* AR(1)-GARCH(1,1) yang terlihat data residual masing-masing indeks saham belum membentuk sebuah pola yang baik karena data hanya berkumpul pada satu titik sebaran. Sehingga perlu dilakukan proses transformasi pada data residual tersebut. Tahapan selanjutnya adalah mentransformasi residual model AR(1)-GARCH(1,1) yang terstandarisasi menjadi distribusi *uniform*.

Proses transformasi dilakukan karena jika hanya menggunakan visualisasi dari sebaran data residual untuk mengukur dependensi antar variabel acak maka *contour* dari struktur dependensi tidak akan terbentuk. Selanjutnya adalah menentukan nilai dari parameter copula. Metode yang digunakan untuk menentukan nilai parameter copula adalah IFM, metode IFM adalah salah satu metode yang digunakan untuk mencari parameter dengan diketahui terlebih dahulu apa fungsi marginal kontinunya dengan dua tahapan estimasi. Tahapan pertama yaitu mengestimasi nilai parameter fungsi distribusi marginalnya dilanjut pada tahapan kedua dengan memprediksi parameter copula. Tabel 2 adalah hasil estimasi parameter dari masing-masing copula yaitu Gaussian, copula Clayton, copula Frank, copula Gumbell.

Tabel 2 Parameter Copula Gaussian, Clayton, Frank, Gumbell

Copula	Parameter
Copula Gaussian	0.08268185
Copula Clayton	0.01058321
Copula Frank	0.04761147
Copula Gumbell	1.00529285

Seperti yang dijelaskan sebelumnya metode yang digunakan untuk pemilihan copula terbaik adalah metode AIC atau kuadrat selisih antara nilai copula asli dengan copula empirik. Pada dasarnya AIC membantu dalam penentuan model yang paling mirip dengan realita yang dapat digunakan pada suatu fungsi yang tidak diketahui namun dari fungsi tersebut dapat diestimasi parameternya sehingga dapat dilakukan pencarian log-likelihoodnya. Nilai AIC yang dihasilkan dari data yang sama, semakin kecil nilainya maka semakin baik model tersebut. Berikut ini Tabel 3 yang menunjukkan hasil dari masing-masing perhitungan metode AIC dan kuadrat selisih dengan copula empirik.

Tabel 3 Nilai Selisih Masing-Masing Copula dengan Copula Empirik

Copula	Metode AIC	Kuadrat Selisih Copula Empirik
Copula Gaussian	0.416	0.4475
Copula Clayton	1.998	0.8994
Copula Frank	1.105	0.5928
Copula Gumbell	1.874	0.9723

Pada metode kuadrat selisih dengan copula empirik diperoleh nilai terkecil pada copula Gaussian dan Frank, begitu juga hasil perhitungan dengan menggunakan metode AIC nilai terkecil ditunjukkan pada copula Gaussian dan Frank. Namun untuk menghitung nilai VaR maka hanya dipilih satu copula terbaik saja, maka berdasarkan hasil perhitungan dari kedua metode tersebut maka copula Gaussian yang sangat cocok menjadi model copula terbaik sebagai ukuran dependensi dari data yang dimiliki.

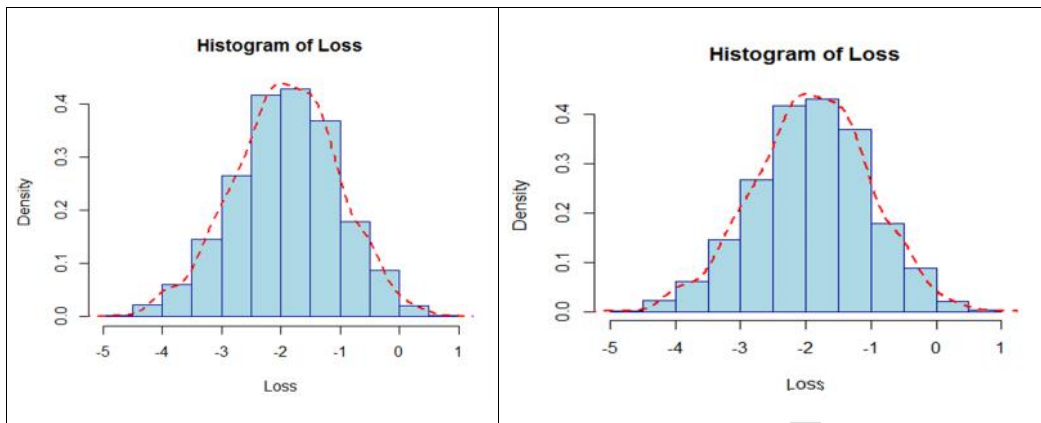
3.4 Perhitungan VaR dengan Copula

Setelah mendapatkan copula terbaik maka copula tersebutlah yang akan digunakan dalam proses pembangkitan data menggunakan simulasi monte carlo untuk menghitung nilai VaR. *Return* aset pertama adalah $X_{1,t}$ dan $X_{2,t}$ merupakan *return* aset kedua masing-masing pada waktu ke- t untuk data yang telah dibangkitkan menggunakan copula Gaussian. Langkah-langkah dalam perhitungan VaR portofolio dengan metode dependensi copula adalah sebagai berikut :

- Gunakan simulasi monte carlo untuk membangkitkan 1551 data bangkitan untuk 1000 kali pengulangan copula Gaussian sebagai copula terbaik yang telah ditentukan sebelumnya. Simulasi berasal dari copula yang didefinisikan pada distribusi uniform $[0,1]$ yaitu u dan v .
- Diperoleh nilai dari bangkitkan *return* bivariat $(X_{1,t}, X_{2,t})$ untuk $t = 1, 2, \dots, n$. untuk $X_{1,t} = F^{-1}(u)$ dan $X_{2,t} = G^{-1}(v)$, dimana F^{-1} dan G^{-1} berturut-turut

menyatakan invers dari fungsi distribusi marginal parametrik dari $X_{1,t}$ dan $X_{2,t}$ dengan model marginal dari data *return* adalah AR(1)-GARCH(1,1).

Tahap selanjutnya menghitung *return* portofolio $X_{p,t} = w_1X_{1,t} + w_2X_{2,t}$ dengan $X_{i,t}$ merupakan stok indeks ke- i pada waktu ke- t , dan $w_i = \frac{1}{2}$ sehingga nilai portofolio dapat ditetapkan dengan rumusan $X_{p,t} = \frac{1}{2}X_{1,t} + \frac{1}{2}X_{2,t}$. Hitunglah fungsi *loss return* portofolio pada waktu- t dengan rumus, $L_{t,j} = X_{pt+1,j} - X_{p,t}$. Setelah mendapatkan nilai dari fungsi *loss return* portofolio pada waktu ke- $(t+1)$, sehingga akan diperoleh fungsi distribusi dari nilai *loss return* portofolio. Berikut plot dari fungsi *loss return* portofolio dengan tingkat kepercayaan 5%.



Gambar 6 Histogram Distribusi *Loss Return* Portofolio dengan $\alpha = 5\%$ & 10%

Dari Gambar 6 dapat dilihat secara visualisasi plot sebaran data dari nilai *loss return* portofolio dengan tingkat kepercayaan 95 % dan 90% yang cenderung berdistribusi normal.

Tabel 4 Nilai prediksi VaR $t = 1$ hari dengan bobot 0.5

Tingkat kepercayaan	Return Portofolio	Nilai $\text{VaR}_{\alpha}^{Return}$ 5%
99%	0.002898	1782.9211
95%	0.035201	1754.9215
90%	0.021140	1761.6380

Berdasarkan hasil perhitungan nilai VaR dengan ukuran dependensi copula Gaussian diperoleh nilai VaR dengan tingkat kepercayaan 99 %, 95 % dan 90 % yang ditunjukkan pada Tabel 4 . Nilai VaR terkecil dengan *return* terbesar ditunjukkan pada VaR untuk tingkat kepercayaan 95 %. Hal ini menyatakan bahwa dengan modal Rp.

1.000.000,- pada tingkat kepercayaan 95% kerugian maksimalnya dapat mencapai Rp.1754,9215 dalam prediksi waktu satu hari.

4. Kesimpulan

Berdasarkan hasil pembahasan pada bab sebelumnya maka diperoleh beberapa kesimpulan antara lain adalah data saham yang digunakan adalah indeks saham LQ-45 dan JII yang memiliki efek *time series* dan efek *heteroskedastisitas* sehingga pada saat identifikasi data disimpulkan membentuk model AR(1)-GARCH(1,1) dengan order terbaik adalah orde pertama. Selain itu pada saat uji diagnostik residual ternyata residual data memiliki model yang tidak normal. Karena data menunjukkan nilai residual yang tidak normal maka copula hadir sebagai alat yang mampu mengukur ukuran dependensi dengan model yang tidak normal. Ukuran dependensi pada data dibentuk dengan model copula dan copula yang digunakan adalah copula Gaussian, Frank, Clayton dan copula Gumbell. Setelah dilakukan pemilihan model copula terbaik dengan menggunakan metode AIC dan kuadrat selisih terkecil maka model copula terbaik adalah copula Gaussian. Nilai VaR terkecil dengan *return* terbesar ditunjukkan pada copula Gaussian yaitu nilai *return* 0.035201 untuk nilai VaR Rp.1754,9215 dan tingkat kepercayaan 95 %. Hal ini menyatakan bahwa dengan modal Rp. 1.000.000,- dan tingkat kepercayaan 95 % kemungkinan portofolio itu akan mengalami kerugian maksimal sebesar Rp.1754,9215.

DAFTAR PUSTAKA

- Best, Philip. 1998. *Implementing Value at Risk*. John Wiley & Sons Ltd. England.
- Bollerslev, T., 1986, *Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*, *Journal of Econometrics*, 31, 307-327.
- Darmawi, Herman. 2010. *Manajemen Risiko*. Bumi Aksara. Jakarta.
- Elton, E.J., & Gruber, M.J., 1991, *Modern Portfolio Theory and Investment Analysis*, John Wiley and Sons.
- Engle, R.F, 1982, *Autoregressive Conditional Heteroscedasticity (ARCH) with Estimates of the Variance of uneted kingdom inflation*. *Journal of Econometrics* 50, 987-1007.
- Engle, R.F, Sergio, M.F. dan Frank, J.F. (2007). *ARCH/GARCH Models in Applied Financial Econometrics*.
- Fortin, Ines., and Kuzmics, C. 2002. *Tail dependence in stock return pairs*. *International journal of intelligent systems in accounting, Finance & Management*. Cambridge University.
- Habiboellah, Farzia. 2007. *Modeling Dependencies in Financial Risk Management*. Thesis. Purmenrend.
- Harper, D. 2004. "Introduction to Value at Risk (VaR)". Investopedia. URL
- Jorion, Philippe. 2007. *Value at Risk, the New Benchmark for managing Financial Risk*. McGraw-Hill. America.
- Li, Yin. 2012. *GARCH-Copula Approach to Estimation of Value at Risk for Portfolios*. Lund University.

- McNeil, A., R. Frey, & P. Embrechts (2005). *Quantitative Risk Management : Concepts, Techniques and Tools*. Princeton University Press. Princeton and Oxford.
- Nelson, R.B. 2006. *An Introduction to Copulas*. Springer. New York.
- Nurzanah, Elis. 2007. *Estimasi Copula Bivariat dan Aplikasi pada double decrement*. ITB. Tugas Akhir.
- Ochtora, D.M. 2014. *Copula bersyarat untuk mengestimasi value at risk*. UGM. Tugas Akhir.
- Palaro, Helder., & Hotta, Luiz. 2006. *Using Conditional Copula to Estimate Value at Risk*. Journal of Data Science. State University of Campinas.
- Plackett, R. L. 1956. *A Class of Bivariate Distribution*. Journal of American Statistical Association.
- Rao, Chetan. 2010. *Report on Application of Probability in Risk Analysis in Oil and Gas Industry*. Working paper.
- Rockinge, Micheal., and Jondeau, E. 2001. *Conditional dependency of financial series: the copula-GARCH model*. Paper NER, Banque de France. Paris.
- Sathe, Saket. 2010. *Methods in Quantitative Risk management*. Disertasi. Indian Institute of Technology. Bombay.
- Tsay, R.S. 2005. *Analysis of Financial Time Series Second Edition*. John Wiley & Son, Inc., New Jersey.
- Tse, Y.K. (2009), *Nonlife Actuarial Models*, Cambridge: Cambridge University Press
- Wong, M.C.S, Cheng, W.Y & Wong, C.Y.P. (2003). *Market Risk Management of Bank: Implication from the Accuracy of Value-at-Risk Forecasts*. *Journal of Forecasting* 22, 23-33.